



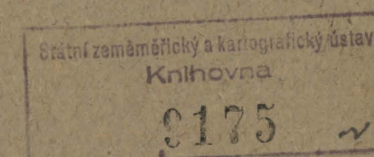
2. Jahrgang

Heft 4

MITTEILUNGEN

des Chefs des
Kriegs-Karten- und Vermessungswesens

März 1943



Herausgegeben vom
Oberkommando des Heeres, Generalstab des Heeres
Chef des Kriegs-Karten- und Vermessungswesens
Berlin

1424

LAZK

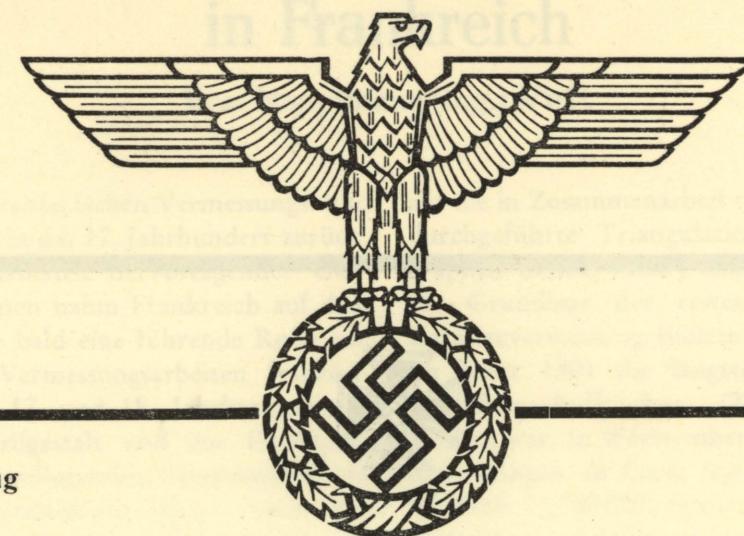
1718

**Heft 3, 2. Jahrgang, „ist nur für den
Dienstgebrauch“ erschienen.**

**Eine allgemeine Verteilung dieses Heftes
an die zivilen Fachdienststellen ist nicht
vorgesehen. Es wird gebeten, von etwaigen
Nachforderungen abzusehen.**

Die Mitteilungen des Chefs des Kriegs-Karten- und Vermessungswesens erscheinen in zwangloser Folge in jährlich etwa sechs Heften. Sie werden vom Chef des Kriegs-Karten- und Vermessungswesens übersandt, eine Veröffentlichung im Buchhandel erfolgt vorläufig nicht. Abdruck nur mit Genehmigung des Kr.Kart.Verm.Chefs.

Beiträge sind zu richten an OKH./GenStdH./Kr.Kart.Verm.Chef, Berlin W 35, Lützowstraße 60



2. Jahrgang

Heft 4

MITTEILUNGEN

des Chefs des
Kriegs-Karten- und Vermessungswesens

März 1943

I N H A L T :

- Hptm. (Ing.) Veit: Die Triangulation der Ingenieur-Geographen
in Frankreich S. 3
Oblt. (Ing.) Dr.-Ing. habil. Kneißl: Die neue französische Trian-
gulation S. 17
Dr.-Ing. K. Hubeny: Koordinatenumformung durch Interpolation S. 37

Herausgegeben vom
Oberkommando des Heeres, Generalstab des Heeres
Chef des Kriegs-Karten- und Vermessungswesens
Berlin

Druck: Kr. Kart.Verm.Amt Warschau



WIR NEIGEN UNS IN STOLZER EHRFURCHT
VOR DEM HELDENTUM UNSERER MIT DER
6. ARMEE IM KAMPF UM STALINGRAD BIS
ZUM LETZTEN AUSHARRENDEN KAMERA-
DEN DER TRUPPEN UND DIENSTSTELLEN
DES CHEFS DES KRIEGSKARTEN-
UND VERMESSUNGSWESENS

Die Triangulation der Ingenieur-Geographen in Frankreich

Von Hauptmann (Ing.) Veit

Die Anfänge des französischen Vermessungs- und Kartenwesens gehen in das 17. Jahrhundert zurück. Gestützt auf die Arbeiten hervorragender Geodäten und Astronomen nahm Frankreich auf dem Gebiet der Geodäsie bald eine führende Rolle ein. Berühmt sind die Vermessungsarbeiten französischer Gelehrter im 17. und 18. Jahrhundert zur Erforschung der Erdgestalt und zur Festlegung eines universalen grundlegenden Längenmaßes, aus dem auch das Einheitsmaß für Fläche, Raum und Gewicht in einfacher Weise hergeleitet wurde und die schließlich zur Einführung des internationalen Meters führten. Auf dem Gebiet der Karte verfügte Frankreich bereits im 18. Jahrhundert über ein umfassendes Landeskartenwerk. Es ist dies die in den Jahren 1744—1793 geschaffene „Carte Géographique de la France“ von Cassini im Maßstab 1 : 86 400, deren Freigabe für die Öffentlichkeit jedoch bis 1815 hinausgeschoben worden war, weil schon Napoleon der Auffassung war, „daß eine detaillierte Karte eine Kriegswaffe sei“. Wenn dieses Kartenwerk mangels laufender Nachträge und inzwischen gestiegener Anforderungen auch bald veraltet war, so stellte es doch bereits eine auf eine systematische Triangulation aufgebaute, dem damaligen Stand der Wissenschaft entsprechende bedeutende topographische Wiedergabe des Staatsgebiets dar. Nach den militärischen und politischen Ereignissen von 1814 wurde durch das Dépôt général de la Guerre alsbald ein neues Kartenwerk in Angriff genommen. Die Angehörigen dieser zentralen militärischen Karten- und Vermessungsdienststelle, die Ingenieur-Geographen, hatten in den Jahren der Napoleonischen Herrschaft die besetzten Länder weitgehend topographisch erforscht und das vorhandene kartographische Material zur Herstellung der notwendigen Operationskarten erfaßt. So schufen die Ingenieur-Geographen z. B. in Bayern zusammen mit einheimischen Ingenieuren zur Verwirklichung des von Oberst Bonne beabsichtigten Werkes eines topographischen Atlases in den Jahren 1801—1807 die „Carte de la Bavière“ im Maßstab 1 : 100 000, aus 17 Blättern bestehend, von denen jedoch einige nicht vollendet wurden. Diese topographische und kartographische Arbeit stützte sich

auf die in Zusammenarbeit mit Schiegg und Soldner durchgeführte Triangulation der Ingenieur-Geographen Bonne, Henry und Brousseau, die auch die Grundlage der ersten bayer. Landes- und Katastervermessung bildete und zu deren Anfang im Jahre 1801 die längste deutsche Grundlinie München—Aufkirchen (21 653,96 m) gemessen worden war. In Württemberg entstand in 4 Blättern ein „Croquis de Carte militaire de la Suabe“ im Maßstab 1 : 300 000, ferner, auch von einem Teil benachbarter Länder, die „Carte de la Suabe“ im Maßstab 1 : 100 000, 18 Blätter umfassend. Grundlage dieser beiden Kartenwerke bildete die erste Bohnenbergersche „Karte von Württemberg“ im Maßstab 1 : 86 400, deren erstes Blatt im Jahre 1798 erschienen war. Geplant war auch eine „Carte de l'Allemagne“ in 144 Blättern, die das ganze besetzte Gebiet vom Rhein bis nach Wien und von der Schweiz bis nach Hannover wiedergeben sollte. Ihre Ausführung hatte Napoleon am 17. Juli 1806 nach Abschluß des Vertrags über den Rheinbund beschlossen; sie sollte „im gleichen Maßstab wie die Karte von Schwaben und von Bayern eine Karte von Mitteleuropa bilden, hinreichend detailliert, um allen Anforderungen zu genügen“.

Da die Ingenieur-Geographen nach dem Zusammenbruch des Napoleonischen Reichs auf französischen Boden beschränkt wurden, konnte das für Frankreich geplante neue Kartenwerk um so mehr auf die Bedürfnisse der militärischen Stellen, der Zivilverwaltung und der Wissenschaft abgestellt werden. Das Kartenwerk wurde in der das ganze Staatsgebiet überdeckenden Generalstabskarte 1 : 80 000 (Carte d'Etat Major) im Jahre 1866 zum Abschluß gebracht. Seit der Vollendung dieses Kartenwerks war Frankreich trotz mehrfacher Anstrengungen, seinen geodätischen Ruhm und seine führende Rolle auf dem Gebiet des Kartenwesens zu behaupten, bis heute nicht imstande, ein neuzeitliches, das ganze Land umfassendes einheitliches Vermessungs- und Kartenwerk zu Ende zu führen. Das große Projekt einer grundlegenden Erneuerung des Landesvermessungs- und Kartenwerks durch eine „Neue Triangulation“ und eine „Neue Karte von Frankreich“ (Nouvelle Carte de la France) im Maßstab 1 : 50 000 kam über Teilergebnisse nicht

hinaus. (Vgl. hierzu Generalleutnant Hemmerich, „Die Kartenrüstung der Feindstaaten für den jetzigen Krieg“, Mitteilungen des Chefs d. Kr.Kart. u. Verm.Wes., 1. Jahrgang, Nr. 1, S. 3.)

Die Grundlagen der einzelnen französischen Kartenwerke, bei deren Aufnahme und Erstellung geodätische Wissenschaft, topographische Aufnahmetechnik und kartographische Kunst eng zusammenwirkten, bildeten Triangulationen verschiedener Güte, die dem jeweiligen Stand der Wissenschaft und der Entwicklung der geodätischen Instrumente und Beobachtungsverfahren entsprachen. In diesem und dem folgenden Aufsatz sollen Anlage und Aufbau der grundlegenden Triangulationen, die das Rückgrat der heutigen französischen Kartenwerke bilden, dargestellt werden.

Der Darstellung sind die umfassenden französischen Originalwerke der Geschichte der französischen Landesvermessung zugrunde gelegt. Während für die Geschichte der Landesvermessung in den deutschen Ländern — abgesehen von den im allgemeinen wenig bekannten und teilweise sich ins einzelne verlierenden Veröffentlichungen der Länder — als einziges maßgebendes Sammelwerk nur die historisch-kritische Darstellung „Das deutsche Vermessungswesen“ von Jordan-Steppes (Verl. Wittwer, Stuttgart 1882) besteht, wurde in Frankreich der geschichtlichen Darstellung der Landesvermessung von Anfang an großes Gewicht beigelegt. Dementsprechend entstanden fast gleichzeitig mit den Vermessungen fortlaufend auch die Sammelwerke, in denen die wissenschaftlichen Grundlagen, die Vermessungs- und Berechnungsmethoden und die Ergebnisse der verschiedenen Vermessungen eingehend dargestellt sind. Cassini de Thury hatte die Ergebnisse seiner praktischen Arbeiten in dem Buch „La Description géométrique de la France“ bereits im Jahre 1783 veröffentlicht. Die Messungen des Pariser Meridians durch Delambre und Méchain sind in dem dreibändigen Sammelwerk „Base du système métrique decimal ou Mesure de L'arc du méridien entre Dunkerque et Barcelone“, Paris 1806—1810, beschrieben. Die Arbeiten der Ingenieur-Geographen sind, beginnend von 1802 an, in dem Sammelwerk „Mémorial du dépôt général de la guerre“ niedergelegt, das insgesamt 15 Bände umfaßt und wovon der erste im Jahre 1829, der letzte 1896 erschien. Die Fortsetzung bildet das Werk „Mémorial du Service Géographique de l'Armée“, von dem von 1926—1932 sechs Bände erschienen sind. An diese Werke lehnt sich die folgende Darstellung weitgehend an. Weiter wurden noch benutzt „Traité de Géodésie“, Fasc. I, Paris 1936, von Major Tardi; „La Carte de

France“, 1750—1898, historische Studie von Colonel Berthaud, Tome I und II, 1938.

Die geodätische Grundlage der Generalstabskarte 1:80 000 (Carte d'Etat Major) ist die „Triangulation der Ingenieur-Geographen“. Durch kgl. Dekret vom 11. Juni 1817 war eine Kommission eingesetzt worden, der u. a. Laplace als Präsident, Delambre und Bonne angehörten, und die Vorschläge zum Projekt einer neuen Generalstabskarte von Frankreich als Ersatz für die Karte von Cassini ausarbeiten sollte. Die Vorschläge dieser Kommission zur Durchführung des schon im Jahre 1808 von Napoleon erwogenen Projekts wurden bereits am 6. August 1817 vom Staatsoberhaupt gebilligt. Von Laplace war als einzig richtige Methode der Triangulation vorgeschlagen worden, zwei große aufeinander senkrecht stehende Dreiecksketten aufzubauen, die eine von Nord nach Süd, die andere von Ost nach West. Gestützt auf diese Grundketten sollten in parallelen Abständen von etwa 200 km Hauptketten gelegt werden, so daß das ganze Gebiet Frankreichs durch Grundketten, Meridian- und Parallelketten (Chaines primordiales, méridiennes et parallèles) in große Vierecke mit Seitenlängen von ungefähr 200 km geteilt wurde. Innerhalb dieser Vierecke war ein Füllnetz (triangulation intermédiaire) anzulegen, ein Netzsystem I. Ordnung, das an die großen Ketten anknüpfte, aber mit geringer Genauigkeit beobachtet wurde. An das Netzsystem I. Ordnung waren die Punkte II. und III. Ordnung anzuschließen. Dieser Plan der Triangulation verwirklichte die Durchführung des regelmäßigen und systematischen Dreiecksnetzes, das bereits Cassini de Thury vorgeschwebt war und das er zum Teil in Angriff genommen hatte.

Im Aufbau der Triangulation der Ingenieur-Geographen sind hiernach entsprechend ihrer Durchführung zu unterscheiden (vgl. Übersichtskarte Abb. 1):

1. die drei Grundketten;
 - a) der Meridian von Frankreich, auch Meridian von Paris oder Meridian von Dünkirchen genannt, mit einem 1827—1829 neu bestimmten Teilstück, dem Meridian von Fontainebleau;
 - b) die große Senkrechte hierzu von Brest bis Straßburg, genannt Parallel von Paris, der durch die Sternwarte von Paris geht;
 - c) der Mittlere Parallel oder der Parallel von Clermont;
2. die Meridian- und Parallelketten;
 - a) die Meridiane von Bayeux, Sedan und Straßburg;

Haupttriangulation der Ingenieur-Geographen

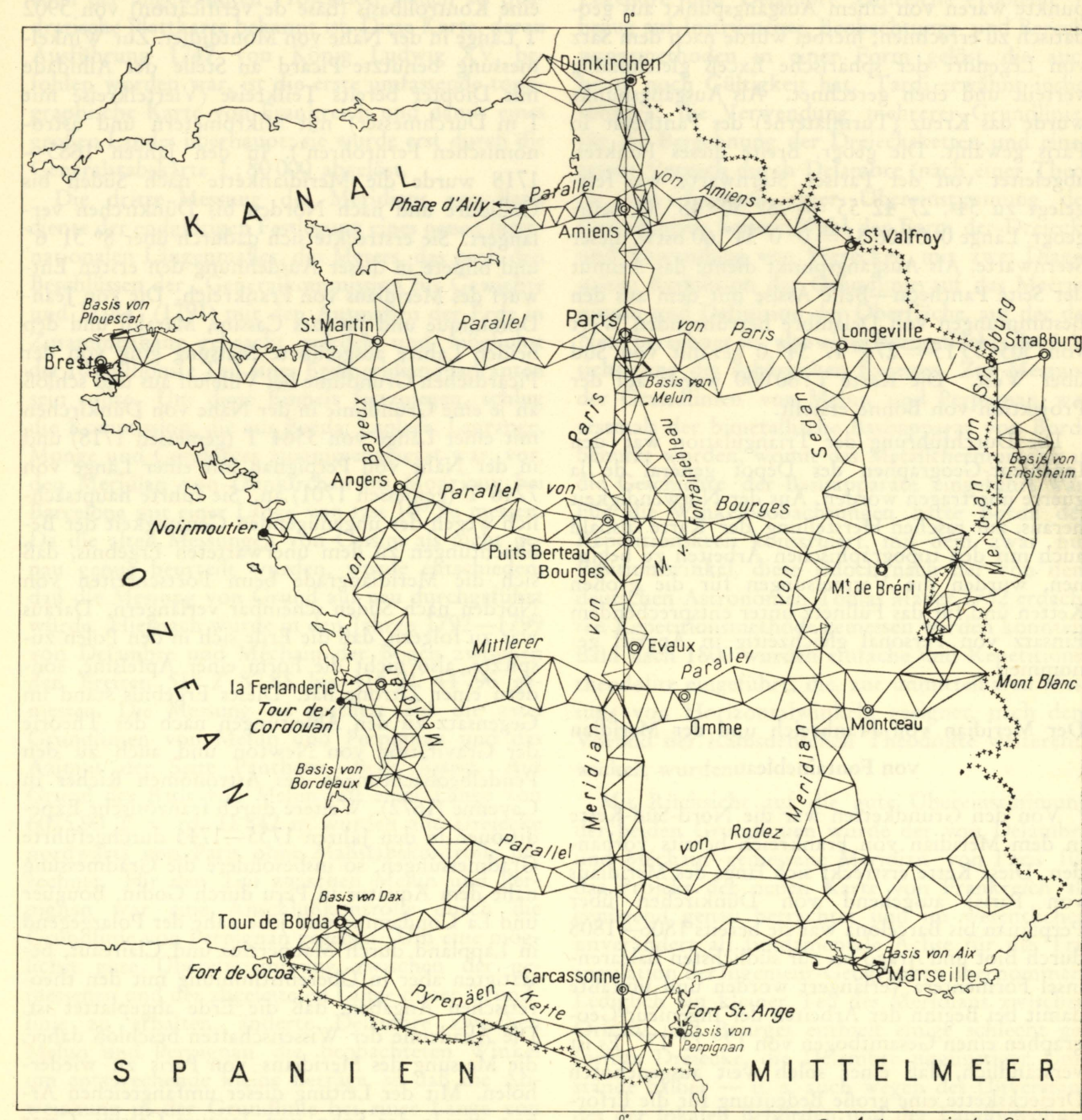


Abb. 1

⊙ Astronomische Stationen.
• Nullpunkte der Höhenmessung.

- b) die Parallelen von Amiens, Bourges, Rodez und die Pyrenäenkette sowie die Mittelmeerkette als Verbindungskette zwischen der Basis von Aix und der von Perpignan;
3. das Füllnetz;
 - a) das Dreiecksnetz I. Ordnung, angeschlossen an die Grund-, Meridian- und Parallelketten;
 - b) das eigentliche Füllnetz der Dreiecke II. und III. Ordnung.

Gemäß Beschluß der kgl. Kommission vom 22. 6. 1820 war allen geodätischen Rechnungen ein

Umdrehungsellipsoid mit der Abplattung $\frac{1}{308}$ zugrunde zu legen. Dieser Wert der Abplattung war bei der Bestimmung der Erdausmaße aus den Meridianen von Frankreich und Peru abgeleitet worden. Die genauen Werte, die den Berechnungen der geographischen Koordinaten zugrunde gelegt wurden, sind die Werte des Erdellipsoids Delambre mit

$$a = 6\,376\,985 \text{ m}, \quad b = 6\,356\,323 \text{ m};$$

$$\frac{a}{a-b} = \frac{1}{308,64}$$

Die geographischen Koordinaten der Dreieckspunkte waren von einem Ausgangspunkt aus geodätisch zu errechnen; hierbei wurde nach dem Satz von L egendre der sphärische Exce  gleichmäßig verteilt und eben gerechnet. Als Ausgangspunkt wurde das Kreuz (Turmlaterne) des Panthéon in Paris gewählt. Die geogr. Breite dieses Punktes, abgeleitet von der Pariser Sternwarte, war festgelegt zu $54^{\circ} 27' 42'' 55 = 48^{\circ} 50' 48'' 58$, seine geogr. Länge $0^{\circ} 01' 06'' 81 = 0^{\circ} 0' 34'' 60$ ostw. dieser Sternwarte. Als Ausgangspunkt diente das Azimut der Seite Panthéon—Belle Assise mit dem aus den Bestimmungen von Delambre herrührenden Wert von $305^{\circ} 33' 15 = 274^{\circ} 47' 54'' 0$ gezählt von Süd über West. Die Karte 1:80 000 wurde auf der Projektion von Bonne erstellt.

Die Durchführung der Triangulation war den Ingenieur-Geographen des D pot général de la guerre übertragen worden. Aus der Notwendigkeit heraus, zur raschen Herstellung der Karte alsbald auch mit den topographischen Arbeiten zu beginnen, wurden die Vermessungen für die großen Ketten und für das Füllnetz unter entsprechendem Einsatz von Personal gleichzeitig in Angriff genommen.

Der Meridian von Frankreich und der Meridian von Fontainebleau

Von den Grundketten war die Nord-Süd-Kette in dem Meridian von Frankreich bereits vorhanden. Diese Kette erstreckt sich längs des Meridians von Paris; ausgehend von Dünkirchen über Perpignan bis Barcelona war sie bereits 1806—1808 durch Biot und Arago bis zur südlichsten Baleareninsel Formentera verlängert worden und umfaßte damit bei Beginn der Arbeiten der Ingenieur-Geographen einen Gesamtbogen von $12^{\circ} 22' 13''$. Es ist verständlich, daß einer solch weit ausgedehnten Dreieckskette eine große Bedeutung für die Erforschung der Ausmaße des Erdsphäroids zukommt und sie daher wiederholt gemessen wurde. Die erste unmittelbare Messung eines Gradbogens hatte auf diesem Meridian der franz. Arzt und Mathematiker Fernel mit seinem Reisewagen zwischen Paris und Amiens im Jahre 1525 ausgeführt. Auf Grund eines Beschlusses der Pariser Akademie der Wissenschaften wurde durch Abb  Picard im Jahre 1669/70 dieses verhältnismäßig kurze Stück in der Ausdehnung von $1^{\circ} 22' 55''$ zwischen der Ferme Malvoisine bei Melun und dem Dorfe Sourdon bei Amiens erstmals durch Dreiecke nach dem Vorbild von Snellius gemessen, ausgehend von der 5663 T (T = Toise = 1.949 036 m) langen Grund-

linie bei Villejuif (südl. Paris) und angeschlossen an eine Kontrollbasis (base de vérification) von 3902 T Länge in der Nähe von Montdidier. Zur Winkelmessung benutzte Picard an Stelle der Alhidade mit Diopter bereits Teilkreise (Vierteilkreise mit 1 m Durchmesser) mit Mikrometern und astronomischen Fernrohren¹⁾. In den Jahren 1683—1718 wurde die Meridiankette nach Süden bis Collioure und nach Norden bis Dünkirchen verlängert. Sie erstreckte sich dadurch über $8^{\circ} 31' 6''$ und bildete in dieser Ausdehnung den ersten Entwurf des Meridians von Frankreich. Die von Jean-Dominique und Jacques Cassini, Maraldi und den beiden Lahire ausgeführte Messung ging von der Picardschen Grundlinie bei Villejuif aus und schloß an je eine Grundlinie in der Nähe von Dünkirchen mit einer Länge von 5564 T (gemessen 1718) und in der Nähe von Perpignan mit einer Länge von 7246 T (gemessen 1701) an. Sie führte hauptsächlich wegen der ungenügenden Genauigkeit der Beobachtungen zu dem unerwarteten Ergebnis, daß sich die Meridiangrade beim Fortschreiten von Norden nach Süden scheinbar verlängern. Daraus war zu folgern, daß die Erde sich in den Polen zuspitzte, also nicht die Form einer Apfelsine, sondern einer Zitrone hat. Dieses Ergebnis stand im Gegensatz zu den Ableitungen nach der Theorie der Gravitation von Newton und auch zu den Pendelbeobachtungen des Astronomen Richer in Cayenne (1672). Weitere durch französische Expeditionen in den Jahren 1735—1745 durchgeführte Gradmessungen, so insbesondere die Gradmessung nahe dem Äquator in Peru durch Godin, Bouguer und La Condamine und jene nahe der Polargegend in Lappland durch Maupertius und Clairaut, bestätigten aber in Übereinstimmung mit den theoretischen Angaben, daß die Erde abgeplattet ist. Die Akademie der Wissenschaften beschloß daher, die Messung des Meridians von Paris zu wiederholen. Mit der Leitung dieser umfangreichen Arbeit wurde der Sohn von Jacques Cassini, Cesar Francois, genannt Cassini de Thury, beauftragt, die Messung selbst wurde größtenteils durch den Astronomen La Caille (1739/40) ausgeführt. Die Neumessung, gestützt auf die drei (neugemessenen) Grundlinien bei Melun, Dünkirchen und Perpignan sowie auf zwei neueingeschaltete bei Bourges und Rodez, erbrachte ein mit der Theorie von Newton voll übereinstimmendes Ergebnis. Cassini de Thury benützte den neugemessenen Meridian (Méridienne vérifiée) zugleich als Grundlage der 1762 beendeten Triangulation für seine Karte, die

¹⁾ Genaue Beschreibung des Instruments s. La Carte de France I, S. 19 ff.

nach der angewandten Projektion²⁾ auch als quadratische Platkarte bekannt ist. Diese Karte, deren Ausführung 1747 von König Ludwig XV. befohlen worden war, ist die erste umfassende topographische Karte von Frankreich und damit eines großen Landes überhaupt; sie wurde erst durch die Generalstabskarte 1:80 000 abgelöst.

Die dritte Messung des Meridians von Paris diente der endgültigen Festlegung eines neuen internationalen Längenmaßes, des Meters, das nach den Beschlüssen der „Generalkommission für Gewichte und Maße“ (1791) mit den Ausmaßen der Erde in Zusammenhang gebracht werden und möglichst der 10-millionste Teil eines Erdmeridianquadranten sein sollte. Um diese Einheit festzulegen, schlug die Kommission, die aus Borda, Laplace, Lagrange, Monge und Condorcet zusammengesetzt war, vor, den Meridian von Dünkirchen bis Montjouy bei Barcelona mit einer Länge von fast 10^0 zu messen. Da die alten Messungen von Cassini als nicht genau genug beurteilt wurden, wurde entschieden, daß die Messung von Grund auf neu durchgeführt würde. Hiernach wurde in den Jahren 1792—1799 von Delambre und Méchain der Bogen zwischen den Breiten $51^{\circ} 2' 8'' 85$ bis $41^{\circ} 21' 44'' 96$ gemessen. Die Messung ist gestützt auf die zwei Grundlinien von Melun und Perpignan und das Azimut der Seite Panthéon—Belle Assise. Auf Grund der Basis von Melun mit einer Länge von 6075.90 T = rd. 11 842 m wurden alle Dreiecke nordwärts von Paris ohne Ma stabskontrolle berechnet. Für den Teil zwischen Melun und Perpignan war eine Anschlu kontrolle durch die Grundlinie von Perpignan gegeben. Um eine möglichst gute Übereinstimmung zwischen der gemessenen und der abgeleiteten Länge dieser Grundlinie zu erhalten, änderte Delambre zwischen Melun und Perpignan die beobachteten Winkel um entsprechende kleine Beträge, so daß die Abweichung in der Grundlinie bei einer Länge von 6006.25 T = 11 706 m lediglich 11 Zoll = 0,31 m betrug. Aus dieser Messung des Meridians von Frankreich zusammen mit dem Meridian von Peru wurde unter der Annahme einer Abplattung des Erdellipsoids zu $\frac{1}{334}$ die Länge des Meridianquadranten zu 5 180 740 T ermittelt, woraus die Länge des Meters (mètre légal) auf 0,513 074 T = 443.296 P. L. festgelegt wurde.

Die Messung des Meridians von Paris bedeutete eine wichtige Etappe in der Geschichte der Geodäsie. Sie kann überhaupt als Ausgang der modernen Geodäsie bezeichnet werden; denn in ihrem Verlauf wurden durch die Arbeiten von Borda,

²⁾ Projektion de Cassini; La Carte de France I, S. 43 ff.

Legendre und Delambre zahlreiche Probleme in bezug auf Instrumente, Beobachtungs- und Berechnungsmethoden in einer Form gelöst, die auch heute noch Gültigkeit hat. Tardi erwähnt insbesondere: die Verwendung mehrerer Grundlinien für die Berechnung der Dreiecksketten und einen ersten Versuch durch Delambre (nach einer Theorie von Laplace) einer Übereinstimmung der Grundlinien; bessere Wahl der Form der Dreiecke und Anwendung von Vierecken mit zwei Diagonalen; Reduktion der Grundlinie auf das Meeresniveau und Definition der Oberfläche, auf der das Netz berechnet ist, also einer Bezugsfläche; Berücksichtigung des sphärischen Excesses. Zur Messung der Grundlinien von Melun und Perpignan war erstmals der bimetallische Basisapparat von Borda benutzt worden, womit das Metallthermometer in die Geschichte der Basisapparate eingeführt war. Für die Winkelbeobachtungen hatte Borda den Repetitionskreis konstruiert, mit dem zwar nur Positionswinkel, diese jedoch nach der von dem deutschen Astronomen Tobias Mayer 1752 erdachten Repetitionsmethode gemessen werden konnten. Bald nach 1800 wurden einfache und Repetitionstheodolite eingeführt, die, zur unmittelbaren Messung von Horizontalwinkeln geeignet, nach dem Vorbild der Ramsdenschen Theodolite weiterentwickelt wurden.

Mit Rücksicht auf die gute Übereinstimmung der beiden Grundlinien wurde der von Delambre und Méchain gemessene Meridian von Paris für das Projekt der neuen Karte von Frankreich als genügend genau betrachtet und im wesentlichen unverändert als fundamentale Achse für die Triangulation der Ingenieur-Geographen übernommen. Lediglich ein kleiner Teil des Meridians zwischen Orléans und Bourges enthielt einige schlecht geformte Dreiecke, die Delambre ungünstiger Umstände halber — u. a. auch wegen des Unverständes der lokalen Behörden und der Landbewohner — nicht günstiger hatte legen können. Die neue Teilkette, die in den Jahren 1826 und 1827 gemessen und als Meridian von Fontainebleau bezeichnet wurde, sollte einen zu bef rchenden ungünstigen Einfluß einer Unsicherheit in der alten Messung auf das Gesamtergebnis beseitigen. Denn es war anzunehmen, daß die ursprünglich berechnete unwahrscheinlich gute Übereinstimmung der beiden Grundlinien mehr auf einem Zufall als auf der Genauigkeit der Messung beruhte. Diese Annahme wurde auch dadurch gestützt, daß sich bei der Ableitung der Grundlinie von Bordeaux (s. u.) ein Unterschied von 1.62 m gegen die gemessene Länge zeigte. Tatsächlich er-

gab der Vergleich der Anschlußseite Bourges—Dun le Roi aus der Delambreschen Messung und der neuen Messung, abgeleitet von der unverändert übernommenen Ausgangsseite Bois commun—Chapelle la Reine einen Unterschied von 3,98 m bei einer Länge von 25 613,21 m bzw. 25 609,23 m. Durch Einführung des Parallels von Fontainebleau in die weitere Berechnung fiel auch die ursprünglich errechnete Übereinstimmung der Grundlinien von Melun und Perpignan weg. Die Abweichung zwischen der in Perpignan gemessenen und der errechneten Grundlinie erreichte den Betrag von 1,84 m, also $\frac{1}{6440}$ der Länge.

Der Meridian von Frankreich wurde auf Grund des Ausgangsazimuts Belle—Assise, bezogen auf den Horizont des Panthéon, orientiert. Der nachstehende Vergleich zwischen drei von Delambre und Méchain astronomisch bestimmten Azimuten und den geodätisch abgeleiteten Azimuten zeigt immerhin beträchtliche Abweichungen.

Azimut	Länge der Dreiecksseite (m)	Astronomisch	Geodätisch	Unterschied
Dünkirchen-Waten	25 485.5	25°19'42".1	25°19'21".6	+20".5
Bourges-Dun le Roi	25 613.21	329°10'41".3	329°11'13".6	—32".3
Carcassonne-Nore	25 001.69	201°18'58".0	201°19'37".8	—39".8

Der Parallel von Paris

Der Parallel von Paris bildet die erste Hauptsenkrechte zum Meridian von Frankreich. Der westliche Teil von Paris bis Brest wurde in den Jahren 1818—1823 von Oberst Bonne gemessen, ausgehend von der Dreiecksseite Panthéon—St. Martin du Tertre des Meridians von Frankreich und angeschlossen an die Grundlinie bei Plouescat nördl. von Brest. Der Anschluß ergab genaue Übereinstimmung zwischen der abgeleiteten und der unmittelbar gemessenen Länge der Grundlinie. „Diese überraschende Übereinstimmung zwischen einer gemessenen Grundlinie und ihrer aus einer Kette von 33 Dreiecken abgeleiteten Länge kann ohne Zweifel die Sorgfalt beweisen, die auf die Messung der Kontrollgrundlinie und auf die Winkelmessung verwendet wurde.“ Der ostwärtige Teil des Parallels, mit dem Meridian von Paris durch die Dreiecksseite Malvoisine—Belle Assise verbunden, wurde von 1818 bis 1821 durch Oberst Henry gemessen. Über den Meridian von Straßburg wurde im Osten der Anschluß an die Grundlinie von Ensisheim herbeigeführt, die von Henry bereits 1804 bei der Triangulation für die Karte

der Schweiz bestimmt worden war; hierbei zeigte die gemeinsame Dreiecksseite Donon—Straßburg (Turmspitze der Kathedrale), abgeleitet aus den beiden Grundlinien, bei einer Länge von 43 930,91 m bzw. 43 931,62 m einen Unterschied von 0,71 m.

Die ersten Messungen auf dem Parallel von Paris hatte Jacques Cassini in den Jahren 1733/34 ausgeführt. Cassini de Thury hatte sich schon mit dem Gedanken getragen, auf diesem Parallelkreis eine große Kette zu messen, die von Brest am Atlantischen Ozean über Paris, Straßburg, München, Wien, Bukarest bis Odessa am Schwarzen Meer reichen sollte, und dieses Vorhaben auch bereits zum großen Teil verwirklicht (vgl. Lips, „Die mitteleuropäischen Dreiecksmessungen v. d. J. 1861“, Sonderdruck des R. f. L., 1936/37, Nr. 6, 4 und 5). Durch die Arbeiten der Ingenieur-Geographen erstreckte sich die Kette nunmehr innerhalb Frankreichs über rd. 12 Längengrade und setzte sich durch die Arbeiten deutscher Astronomen und Geodäten ununterbrochen nach Osten bis München fort. In der Folge wurde sie dann durch Arbeiten der Offiziere des österr. Generalstabs bis nach Czernowitz verlängert und hatte damit eine Ausdehnung von etwa 30 Längengraden, das ist $\frac{1}{12}$ des Erdumfangs. Das wissenschaftliche Interesse an einer solchen ausgedehnten Parallelkette veranlaßte zahlreiche astronomische Messungen, die nach dem Tode Henrys insbesondere von Bonne auf der ganzen Länge des Bogens von Brest bis Straßburg und in Zusammenarbeit mit den deutschen Astronomen bis München durchgeführt wurden, wo auf der Sternwarte in Bogenhausen Soldner beobachtete. Die Längenbestimmungen, bei denen zur Zeitübertragung Momentfeuersignale (Raketen) verwendet wurden, ergaben zwischen Paris und Straßburg einen Unterschied von 21^m 35".48; aus der Dreieckskette errechnete sich der Längenunterschied zu 21^m 35".80. Die Genauigkeit der Bestimmungen schätzte Bonne auf $\frac{1}{10}$ Zeitsekunde, also ungefähr 1 : 20 000.

Auf dem Turm von Straßburg hatte Henry bereits 1804 und 1805 Breiten- und Azimutbeobachtungen durchgeführt, die aber wenig befriedigten. „Trotzdem erfüllt dieser Parallel die gewollten Bedingungen an Genauigkeit für das trigonometrische Netz der Karte von Frankreich und das ist der wesentliche Punkt“ (Mémorial, Tome VI, S. 208). Astronomische Beobachtungen wurden ferner noch auf den Stationen Longeville, St. Martin und Brest durchgeführt, auf letzterer Station durch die Ingenieur-Hydrographen, denen die Vermessung der Küste für Zwecke der Marine oblag. Bemerkenswert ist auch, daß bei dieser Dreiecks-

kette bereits Tag- und Nachtbeobachtungen durchgeführt wurden. Wegen der großen Abweichung jedoch, die die meisten vergleichbaren Zenitdistanzen zeigten, wurden die Nachtbeobachtungen für die Höhenbestimmung nicht verwendet.

Der Mittlere Parallel

Die Ausführung trigonometrischer Arbeiten auf diesem Parallel war durch den Kriegsminister bereits im Mai 1811 angeordnet worden, um die von den Ingenieur-Geographen seit 1802 in Savoyen, der Schweiz, in Italien und Istrien ausgeführten trigonometrischen Messungen mit dem Meridian von Paris zusammenzuschließen und zugleich die topographischen Aufnahmen in diesen Ländern für eine Karte unter Zusammenschluß mit der Karte von Cassini nutzbar zu machen. Ferner sollte mit diesem Parallel eine Kette geschaffen werden, die das Adriatische Meer mit dem Ozean verbindet und in dieser Ausdehnung einen wichtigen Beitrag zur Bestimmung der Erdfigur liefern konnte. In Zusammenarbeit mit österreichischen und sardinischen Offizieren wurde trotz der dazwischen liegenden politischen Ereignisse in den Jahren 1811 bis 1823 eine Dreieckskette geschaffen, die in ihrer gesamten Ausdehnung von dem Turm von Cordouan (Insel in der Gironde-Bucht) bis nach Fiume reichte.

Der Teil des Parallels, der als Grundkette der Triangulation der Ingenieur-Geographen anzusehen ist, durchzieht Frankreich in seiner ganzen Breite; bereits im Jahre 1811 begonnen, wurden die Winkelmessungen im Oktober 1819 abgeschlossen. Obwohl die Kette an den Meridian von Frankreich gut angeschlossen war, sollte sie trotzdem mit einer Kontrollgrundlinie verbunden werden. Hierzu wurde im Jahre 1826 die Grundlinie von Bordeaux gemessen und der Anschluß über den südlichen Teil des Meridians von Bayeux herbeigeführt. Die gemeinsame Seite Chadenac—Nonville errechnete sich aus der Grundlinie von Bordeaux zu 30 975.90 m, aus der Delambreschen Messung des Parallels von Frankreich zu 30 972.34 m; entsprechend war, wie schon erwähnt, der Unterschied in der gemessenen und abgeleiteten Länge der Grundlinie von Bordeaux 1.62 m. Diese Unstimmigkeiten wurden durch die Messung und Einführung des Meridians von Fontainebleau in der Hauptsache behoben.

Entsprechend dem großen wissenschaftlichen Interesse dieses Parallels wurden auch auf ihm zahlreiche astronomische Längenbestimmungen ebenfalls unter Anwendung von Momentfeuerzeichen durchgeführt. Ferner wurden auf 3 Statio-

nen astronomische Breiten- und Azimutbestimmungen vorgenommen. Die Länge des Bogens zwischen Marennes (am Atlantischen Ozean) und Fiume entlang der Breite von 45° 43' 12" ergab sich aus der astronomischen Messung zu 1^h 2^m 9".784, aus der geodätischen Messung zu 1^h 2^m 12".648; dem entspricht eine metrische Länge von 1 210 547 m. Hieraus folgten die Längenwerte, bezogen auf den Meridian von Paris, für

Genf	
astron. Länge	3° 48' 39".85 ostw.
geod. Länge	54".58 „
—	14".73 „
Marennes	
astron. Länge	3° 26' 39".57 westl.
geod. Länge	40".67 „
—	0".50 „

Die Werte der Breiten- und Azimutbestimmung auf den 3 astronomischen Stationen waren folgende:

Station	astron. } geod. } Breite	astron. } geod. } Azim.	Nach
Opmes bei Clermont	45°42'49".13 41".13 + 8".0	124°19' 1".47 23".12 —21".38	Puyde-Dome
La Ferlanderie bei Saintes	45°44'41".04 46".23 — 5".19	104°29' 0".51 36".51 —36".0	Marennes
Montceau bei Lyon	45°35'33".0 28".3 + 4".7	223° 7' 6".55 27".29 —20".74	Mont Colombien

Diese überwiegend negativen Unterschiede, eine Erscheinung, die bereits bei den vergleichbaren Bestimmungen im Parallel von Paris aufgetreten war, führten zu dem Schluß, daß die in die Berechnungsformeln eingeführte Abplattung des Bezugsellipsoids zu klein war.

Die Meridianketten von Bayeux, Sedan und Straßburg

Die lange Dreieckskette des Meridians von Bayeux über Bordeaux zu den Pyrenäen schließt die großen Vierecke im Westen des Meridians von Frankreich. Während sie bis Bordeaux fast auf dem Meridian von Bayeux verläuft, wendet sie sich von da ab nach Südosten und vereinigt sich mit dem Parallel von Rodez. Die Messung der Dreieckskette wurde in den Jahren 1818 bis 1824 durchgeführt. Durch die Überschneidung mit den Parallelketten wird sie in 3 Hauptteile zerlegt. Der nördliche Teil ging von der Dreiecksseite Alligny—Puy Notre Dame des Parallels von Bourges aus und schloß an den Parallel von Paris durch die Dreiecksseite

Charlemagne—La Herouze an. Der Anschluß ergab hinsichtlich des Maßstabs folgendes Bild:

Ausgangsseite	Anschlußseite	Unterschied
	aus dem Parallel von Paris 46 817.33 m	
Länge (ohne Berücksichtigung des Meridians von Fontainebleau)		
21 549.42 m	hieraus 46 812.03 m	5.30 m
Länge nach späterer Berichtigung des mittleren Parallels		
21 552.76 m	hieraus 46 819.30 m	1.97 m

Beim Anschluß des mittleren Teils an den Parallel von Bourges durch die Dreiecksseite Breszuire—St. Michel zeigte sich ursprünglich ein Unterschied von nahezu 8 m. Eine Nachmessung der 11 Dreiecke bestätigte die Richtigkeit der ersten Winkelmessung. Schließlich ergaben sich folgende Anschlußdifferenzen je nach den verschiedenen Werten der Ausgangsseite Burie—Rouillac des mittleren Parallels:

Ausgangsseite	Anschlußseite	Unterschied
	aus dem Parallel von Bourges 29 864.48 m	
Länge nach der ersten Berechnung des mittleren Parallels		
28 396.71 m	hieraus 29 867.52 m	3.04 m
Länge, abgeleitet unter Einführung des Mittelwertes der Basis von Bordeaux		
28 399.97 m	hieraus 29 870.94 m	6.46 m

Dieser letztere Unterschied ist umso erstaunlicher, als vor Einführung der Basis von Bordeaux ein mehr als die Hälfte kleinerer Unterschied aufgetreten war.

Durch den südlichen Teil des Meridians, „die schiefe Kette“ von Bordeaux, ist die Grundlinie von Bordeaux mit dem mittleren Parallel und dem Parallel von Rodez verbunden.

Der Zusammenschluß des nördlichen und mittleren Teils des Meridians von Bayeux mit dem Parallel von Paris und dem Mittleren Parallel gibt auch einen Einblick in die durch die Art der Berechnung bedingte und nicht beseitigte Verschwörung und Verschiebung der Ketten zueinander. Die aus Tome VI entnommenen verschiedenen Werte für Azimut, Breite und Länge vergleichbarer Seiten und ihrer Anfangs- und Endpunkte sowie die sich hieraus ergebenden Größen der Verschwörung und Verschiebung sind folgende:

Seite	Azimut	Breite	Länge	aus dem
Charlemagne—La Herouze	67,06411.5 ^g	51,0550.24 ^g 53,8221.64	+3,0837.12 ^g +3,6449.14	Parallel von Paris
	67,0658.7	54,0552.51 53,8233.84	+3,0839.49 +3,6952.02	Meridian v. Bayeux
(mittl.) Unterschied linear	— 17.2 ^{cc} —	— 2.24 ^{cc} 22.4 m	— 2.62 ^{cc} 17.4 m	
Rouillac Burie	91,1153.3 ^g	50,8932.60 ^g 50,8531.30	+2,6770.59 ^g +3,0788.61	Mittleren Parallel
	91,1113.5	50,8930.07 50,8528.64	+2,6773.38 +3,0790.65	Meridian v. Bayeux
(mittl.) Unterschied linear	+ 39.8 ^{cc} —	+ 2.60 ^{cc} 26.0 m	— 2.26 ^{cc} 15.5 m	

Der Meridian von Sedan erstreckt sich im Osten des Meridians von Paris von der französisch-belgischen Grenze über Dijon und Lyon bis zur Rhonebucht. Seine im Jahre 1820 begonnene Messung wurde im Jahre 1826 mit der Messung der Grundlinie von Aix abgeschlossen. Die Ausgangswerte für die Berechnung des Teiles nördlich vom Parallel von Bourges wurden dem Parallel von Paris entnommen. Für die Anschlußseite Mont Siége—Mont Roland des Parallels von Bourges ergab sich der Wert 45 072.75 m gegenüber der ursprünglichen Länge von 45 075.79 m. Der mittlere Teil, ausgehend vom Parallel von Bourges, schloß durch die Seite Boussivre—Verdun (30 916.04 m) mit einem Unterschied von 0.67 m an den Mittleren Parallel an, ein Anschluß, der „nichts zu wünschen übrig ließ“. Die Verschwörung und Verschiebung im Zusammenschluß der Ketten zeigen für die Seiten Mont de Siége—Mont Roland (Zusammenschluß mit dem Mittleren Parallel) folgende, wiederum aus den in Tome VI angegebenen Werten errechneten (mittleren) Größen:

Seite	Unterschied in				
	Azimut cc	Breite cc	m	Länge cc	m
Mont de Siége—Mont Roland	+ 63.45	— 2.62	26.2	+1.52	10.4
Boussivre—Verdun	+ 24.57	— 0.64	6.4	+0.52	3.6

Der Rest der Kette bis zum Mittelmeer wurde auf Grund der Basis von Aix berechnet. Der Zusammenschluß mit dem Mittleren Parallel ergab für die ge-

meinsame Seite St. André—Chaudien mit der Länge von 31 888.53 m einen um 2.77 m kleineren Wert.

Die Meridiane von Bayeux und Sedan im Westen und Osten des Meridians von Paris teilten das ganze Gebiet in ostwestlicher Richtung in die nach dem aufgestellten Plan vorgesehenen Regionen von rd. 200 km Breite. Jenseits der beiden Meridiane blieben nur mehr Räume unter 200 km Breite, abgesehen von der Bretagne und Elsaß-Lothringen. Der letztere Raum war jedoch schon vor Inangriffnahme der Triangulation der Ingenieur-Geographen nach Osten durch eine Dreieckskette begrenzt, die im Jahre 1804 und den folgenden von den Ingenieur-Geographen unter Leitung von Oberst Henry für die Vermessung der Schweiz angelegt worden war und von Straßburg bis Genf reichte. Diese Dreieckskette, der Meridian von Straßburg, ist aufgebaut auf die Grundlinie von Ensisheim und mit dem Parallel von Paris verbunden, wodurch sie genügend orientiert war und die Grundlinie von Ensisheim mit der Grundlinie von Melun verglichen werden konnte. Obwohl die Winkel nicht mit der später erreichten Genauigkeit gemessen worden waren, (vergl. Tabelle auf S. 15) wurde der Meridian von Straßburg doch als ausreichend genau betrachtet und so, wie er war, übernommen. Die Dreiecksseite Chasseron—Dole wich um 1.62 m von der aus dem Parallel von Bourges gegebenen Länge von 58 093.57 m ab. Ihr Azimut aus dem Meridian von Straßburg zeigt gegenüber dem Azimut aus jenem Parallel eine Verschwörung von $-122.^{\circ}7$; die mittlere Verschiebung beträgt in der Breite $-4.^{\circ}60 = -46.0$ m und in der Länge $-0.^{\circ}92 = -6.3$ m.

Die Parallelketten von Amiens, Bourges, Rodez, die Pyrenäen- und Mittelmeerkette

In der Mitte des zwischen Paris und Dünkirchen gelegenen Teils wird der Meridian von Frankreich durch die kleine Dreieckskette des Parallels von Amiens geschnitten. Er geht nahe von Dieppe aus und schließt bei St. Valfroy mit dem Meridian von Sedan zusammen. Die Kette wurde in den Jahren 1819 bis 1822 gemessen; ihre Ausgangswerte sind aus dem Meridian von Paris genommen. „Die Kontrollen, denen sie in allen ihren Teilen unterworfen wurde, ließen keinen Zweifel über ihre Genauigkeit zu.“ Innerhalb der Kette liegen die zwei astronomischen Stationen Amiens und St. Valfroy.

Der Raum zwischen dem Parallel von Paris und dem Mittleren Parallel wird durch den Parallel von Bourges in die vorgesehenen 200 km

breiten Vierecke geteilt. Diese Kette, deren Messung 1818 begonnen und 1824 vollendet wurde, sollte nicht nur die Grundlage für die topographischen Aufnahmen bilden; aus ihr wurden auch geodätische Ergebnisse erwartet, deren Vergleich mit den astronomischen Beobachtungen weitere Aufschlüsse über die Gestalt der Erde in diesem Teil Frankreichs geben konnte. Die Kette wurde daher trotz ihres Anschlusses an den Meridian von Frankreich über den Meridian von Fontainebleau auch mit dem Parallel von Paris in Zusammenhang gebracht, wodurch eine sehr gute Übereinstimmung zwischen den Grundlinien von Bordeaux, Melun und Ensisheim erzielt wurde. Die astronomischen Beobachtungen auf den Stationen Angers, Puits-Berteau und Breri wurden von 1829 bis 1831 ausgeführt. Die Vergleichsergebnisse sind folgende:

Station	astron. } geod. } Breite	astron. } geod. } Azim.	Nach
Angers	47°28' 6".79 47°28'10".67 — 3".88	10°33'31".85 16°33'48".56 —16".71	La Salle
Puits-Berteau	47°14' 0".54 47°13'59".35 + 0".69	36°5'17'40".60 305°18' 4".88 —24".28	Bourges
Breri	46°47'35".84 46°47'30".61 + 5".23	229°22'37".00 229°23'14".87 —37".87	Poupet

Während die Azimute wiederum große Abweichung zeigen, überschreiten die Unterschiede zwischen den geodätischen und astronomischen Breiten wenig mehr als 5 Altsekunden.

Die Ausgangsseite des Parallels von Rodez, der in den Jahren 1823 bis 1825 gemessen wurde, ist aus der Delambreschen Messung des Meridians von Frankreich genommen, also ohne Berücksichtigung der Berichtigung durch den Meridian von Fontainebleau. Die geographischen Koordinaten der Dreieckspunkte dieser Kette wurden durchweg mit den nicht berichtigten Seiten berechnet. Denn die Berichtigung, „die sich wohl nur auf wenige hundertstel Sekunden ausgewirkt hätte“, wurde für den Zweck der Triangulation, Grundlage der Topographie zu sein, für unnötig gehalten. Vergleichbare Anschlußseiten mit dem Meridian von Bayeux und dem Meridian von Sedan zeigen Abweichungen unter 30 cm.

Die Pyrenäenkette schloß die Triangulation der Ingenieur-Geographen gegen die französisch-spanische Grenze ab. In diesem Gebiet waren bereits in den Jahren 1786—1795 Vermessungen zur Grenzfestlegung von französischen und spanischen Ingenieuren durchgeführt worden. Diese Vermessungen, soweit überhaupt noch Er-

gebnisse vorhanden waren, erschienen jedoch für die Karte von Frankreich nicht brauchbar. Die neue in den Jahren 1825—1827 ausgeführte Kette umfaßte in der Richtung der kürzesten Entfernung den Raum zwischen dem Atlantik und dem Mittelmeer. Die Ausgangsseite der Dreieckskette war die Grundlinie von Perpignan. Im Basisanschlußnetz und im überschneidenden Teil des Meridians von Frankreich wurden die seinerzeit von Méchain festgelegten Punkte in der Hauptsache wieder verwendet; jedoch konnte die Punktlage nur auf einige Zentimeter genau hergestellt werden, weil auf den Festlegungssteinen der Mittelpunkt nicht markiert war. Die Dreieckskette führte über die Gipfel der Pyrenäen zum Atlantischen Ozean und wurde zur Kontrolle an die Grundlinie von Dax angeschlossen, die zu diesem Zweck im Jahre 1827 gemessen wurde. Der Anschluß entsprach der üblichen Genauigkeit. Im Herbst 1828 hatte Coraboeuf noch „sehr genaue“ astronomische Messungen in Dax auf dem Tour de Borda ausgeführt.

Die Arbeiten der Ingenieur-Geographen an den Hauptketten waren im Jahre 1831 beendet. Zu ihrer Vervollständigung hielt das Depot de la Guerre für richtig, die Grundlinie von Perpignan noch mit der Grundlinie von Aix durch eine Dreieckskette entlang der Mittelmeerküste zu verbinden. Die Messung der Mittelmeerkette konnte unter sehr günstigen Bedingungen im Sommer 1832 ausgeführt werden. Die Länge der Dreiecksseite Pic de Bugarach—Mt. de Tauch im Norden von Perpignan ergab abgeleitet aus der Basis von Aix 25 082.11 m und abgeleitet aus der Basis von Perpignan 25 082.97 m; „die Verbindung erfüllte hiernach alle Erwartungen“.

Einen Überblick über die im Zusammenschluß der einzelnen Ketten aufgetretenen Verschwenkungen und Verschiebungen gibt nachstehende Zu-

Seite	Unterschied in					Zusammenschluß
	Azimuth cc	Breite cc	m	Länge cc	m	
Montmon-Grand Montagne	+36.2	-0.77	7.7	-0.10	0.7	Parallel von Rodez mit Meridian von Sedan
Montclar-Xaintraillies	-17.2	-0.58	5.9	-0.63	4.5	Parallel von Rodez mit Meridian von Bayeux
Biarritz-Hauran	+70.1	+1.76	17.6	+3.93	29.0	Pyrenäen-kette mit Parallel von Rodez
Saint Pons-Alaric	+54.4	-0.40	4.0	-1.36	13.6	Mittelmeer-kette mit Meridian von Paris

sammenstellung. Die Werte sind wiederum aus den in Tome VI angegebenen geographischen Koordinaten errechnet. Die Koordinaten vergleichbarer Punkte des Parallels von Amiens und der Meridiane von Paris und Sedan zeigen für einen Vergleich belanglose Unterschiede.

Das Füllnetz

Wie schon erwähnt, wurden mit Rücksicht auf die möglichst rasche Herstellung der Karte die Vermessungen in den Dreiecksketten und im Füllnetz gleichzeitig in Angriff genommen. So wurde als erstes Großquadrat das im Raum von Paris, Bourges, Angers und Mayenne gelegene Quadrat bereits von 1818 bis 1822 mit Dreiecken des Füllnetzes überzogen. Die gleichzeitige Inangriffnahme des Füllnetzes war umso mehr möglich, als kein systematischer Aufbau vorgesehen war wie für die Hauptketten. Die Dreiecke wurden entsprechend dem Fortschritt der Vermessungen in den Hauptketten und nach der Geländegestaltung so angelegt, daß jeweils ein möglichst großer Raum überbrückt wurde. Nach den Anweisungen sollte ein Dreieck I. O. des Füllnetzes im Mittel 500 qkm umfassen; dies entsprach einer mittleren Seitenlänge von 35 km. Als Beispiel der Anlage des Füllnetzes I. O. ist in der Abb. 2 das Gebiet zwischen Lyon, Ussel, Bourges und Châlon sur Saône dargestellt, das in den Jahren 1833/34 gemessen worden war. Aus der Numerierung der Dreiecke ist die Reihenfolge ihrer Ausmessung zu ersehen. Die eingetragenen Längen doppelt bestimmter Dreiecksseiten lassen immerhin merkbare Unterschiede erkennen; da in Tome VII offenbar nur die bereits gegeneinander abgestimmten Koordinatenwerte vergleichbarer Punkte vorgetragen sind, lassen sich zahlenmäßige Angaben über Verschwenkung und Verschiebung nicht machen.

Mit dem Füllnetz II. und III. O. wurde i. J. 1821 begonnen. Dieses Netz bildete die unmittelbare Grundlage für die topographischen Aufnahmen. Es wurde daher mit Rücksicht auf diese Arbeiten, die blattweise vergeben waren, ebenfalls jeweils für den Bereich eines Kartenblattes 1:80 000 ausgeführt. Auch hier kam es nicht so sehr auf eine systematische Netzanlage („un bel enchainement“) an, sondern vielmehr darauf, eine große Zahl von Punkten zu bestimmen und diese möglichst gleichmäßig auf den Blattbereich zu verteilen; gleichwohl waren Kontrollen durch gemeinsame Seiten anzustreben. Innerhalb eines Dreiecks I. O. sollten i. d. R. 5 Punkte II. O. eingeschaltet werden. Im Durchschnitt wurden pro Kartenblatt 160 bis 200 Punkte insgesamt bestimmt, d. i. ein Punkt auf

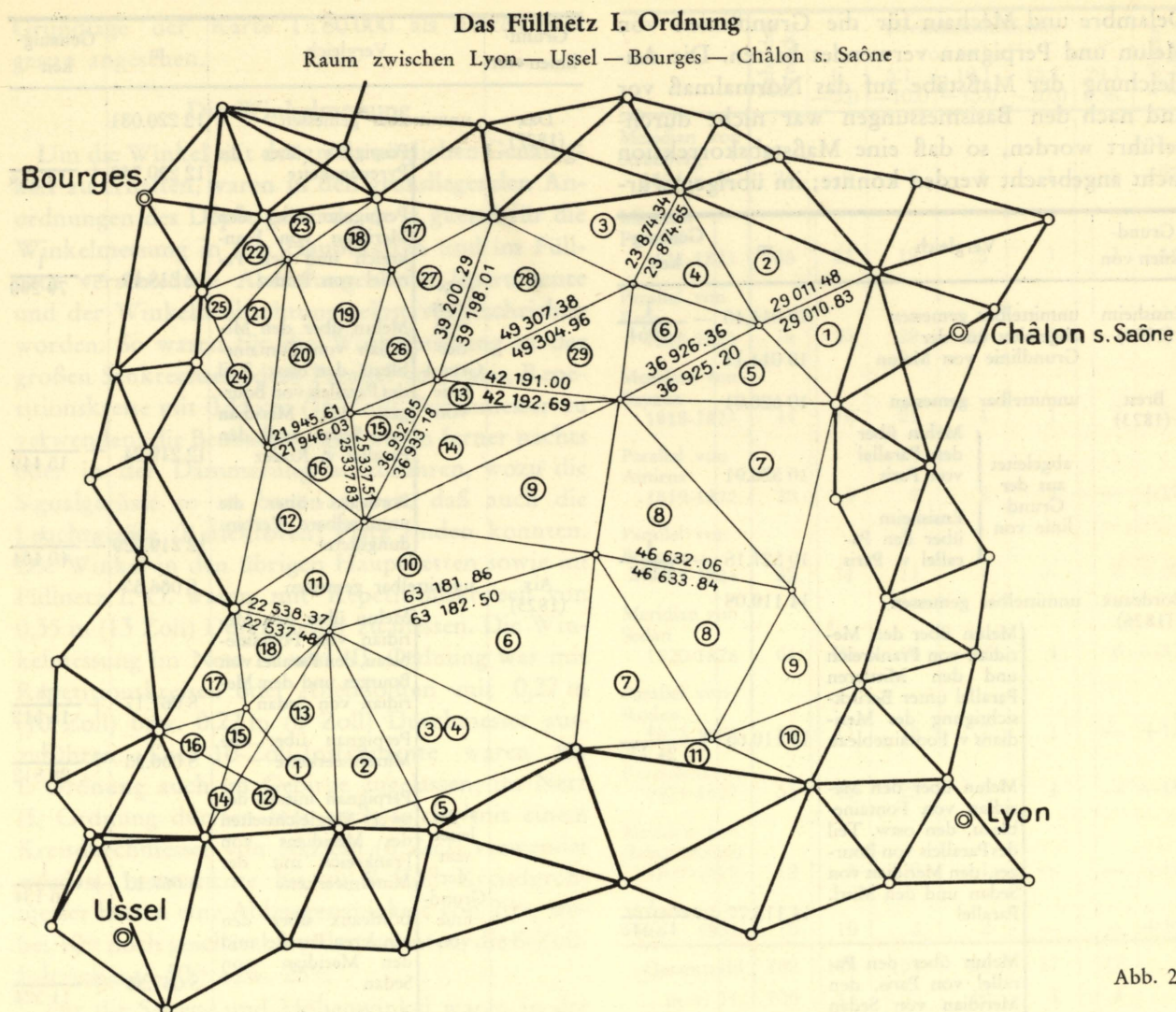


Abb. 2

etwa 16 qkm. Punkte, auf denen keine Winkelmessung ausgeführt wurde, die also nur durch Anschneiden bestimmt wurden, wurden grundsätzlich als Punkte III. O. eingestuft.

Bei der Dreiecksberechnung wurde die Reihenfolge eingeschlagen, die ausgehend von den Ausgangswerten als die beste erschien. Auf diese Weise wurden für gemeinsame Seiten über eine Reihe von Dreiecken verschiedene Werte erhalten, deren wahrscheinliche Genauigkeit mit der Zahl der Dreiecke abnahm, aus denen sie abgeleitet waren (vgl. auch Abb. 2). Beim Vergleich wurde jener Dreiecksseite, die aus der kleineren Zahl von Dreiecken hervorgegangen war, die größere Genauigkeit zugesprochen. Die Punkte III. O. waren meist über 2 oder 3 Dreiecke, also eine oder zwei gemeinsame Seiten bestimmt. War nur ein Bestimmungsdreieck gegeben, so mußte man sich hinsichtlich der richtigen Lage des Punktes auf die Richtigkeit der Winkelmessung verlassen. Jedoch schloß man, daß, wenn die Höhenbestimmung übereinstimmte, auch der Punkt lagerichtig sein

mußte. Die geographischen Breiten und Längen wurden auch für die Punkte II. und III. O. errechnet. Dagegen wurden die Azimute in der II. O. nur soweit berechnet, als sie für den Fortgang der Rechnung benötigt waren; in der III. O. unterblieb ihre Berechnung. Das Füllnetz war im Jahre 1854 fertiggestellt.

Die Basismessungen und der Vergleich der Grundlinien

Die Grundlinien, auf die sich das trigonometrische Netz der Ingenieur-Geographen stützt und die durch die einzelnen Hauptketten miteinander verbunden sind, lassen einen Vergleich der unmittelbar gemessenen Längen mit den abgeleiteten zu. Eine übersichtliche Zusammenstellung dieses Vergleichs bringt nachstehende Tabelle, die dem Tome VI entnommen ist (s. S. 14).

Die Grundlinien, deren Messung sich auf einen Zeitraum von über 20 Jahren erstreckte, waren mit den gleichen Maßstäben gemessen worden, die

Delambre und Méchain für die Grundlinien von Melun und Perpignan verwendet hatten. Die Angleichung der Maßstäbe auf das Normalmaß vor und nach den Basismessungen war nicht durchgeführt worden, so daß eine Maßstabskorrektur nicht angebracht werden konnte; im übrigen wur-

Grundlinien von	Vergleich	m	Genauigkeit
Ensisheim (1804)	unmittelbar gemessen	19 044.40	$-\frac{1}{7054}$
	abgeleitet aus der Grundlinie von Melun	19 044.13	
Brest (1823)	unmittelbar gemessen	10 526.91	
	abgeleitet aus der Grundlinie von Paris	10 526.91	
	Ensisheim über den Parallel v. Paris	10 527.18	$+\frac{1}{6192}$
Bordeaux (1826)	unmittelbar gemessen	14 119.08	
	Melun über den Meridian von Frankreich und den Mittleren Parallel unter Berücksichtigung des Meridians v. Fontainebleau	14 119.65	$+\frac{1}{24\,770}$
	Melun über den Meridian von Fontainebleau, den ostw. Teil des Parallels von Bourges, den Meridian von Sedan und den Mittl. Parallel	14 118.77	$-\frac{1}{45\,545}$
	Melun über den Parallel von Paris, den Meridian von Sedan und den Mittleren Parallel	14 117.82	$-\frac{1}{11\,206}$
	abgeleitet aus der Grundlinie von Ensisheim über den Parallel von Paris, den Meridian von Fontainebleau, den Parallel von Bourges, den Meridian von Sedan und den Mittleren Parallel	14 119.00	$-\frac{1}{176\,488}$
	Ensisheim über den Parallel von Bourges, den Meridian von Sedan und den Mittleren Parallel	14 118.17	$-\frac{1}{15\,515}$
	Brest über den Parallel von Paris, den Meridian von Bayeux, den Parallel von Bourges, den Meridian von Frankreich und den Mittleren Parallel	14 119.06	$+\frac{1}{705\,954}$
	Brest über die Dreieckskette der Ing. Hydrographen, die den Parallel von Brest mit dem Mittleren Parallel verbindet	14 118.32	$-\frac{1}{18\,578}$

Grundlinien von	Vergleich	m	Genauigkeit
Dax (1827)	unmittelbar gemessen	12 220.031	
	Perpignan über die Pyrenäenketten	12 220.769	$+\frac{1}{16\,558}$
	Perpignan über den Meridian von Frankreich und den Parallel von Rodez	12 218.49	$-\frac{1}{79\,299}$
	abgeleitet von der Grundlinie von Melun über den Meridian von Fontainebleau, den ostw. Teil des Parallels von Bourges, den Meridian von Sedan und den Parallel v. Rodez	12 219.24	$-\frac{1}{15\,449}$
	Bordeaux über die unmittelbare Verbindungskette	12 219.729	$-\frac{1}{40\,464}$
Aix (1825)	unmittelbar gemessen	8 066.65	
	Melun über den Meridian von Fontainebleau, den Parallel von Bourges und den Meridian von Sedan	8 067.17	$+\frac{1}{15\,512}$
	Perpignan über die Mittelmeerkette	8 066.93	$+\frac{1}{28\,812}$
	abgeleitet von der Grundlinie von Perpignan mittels der zwei Vergleichsseiten des Meridians von Frankreich mit der Mittelmeerkette	8 067.15	$+\frac{1}{16\,134}$
	Bordeaux über den Mittleren Parallel und den Meridian von Sedan	8 067.35	$+\frac{1}{11\,524}$
	Dax über d. Pyrenäen- und Mittelmeerkette	8 066.44	$-\frac{1}{38\,415}$
	Dax über den Parallel von Rodez und den Meridian von Sedan	8 067.70	$-\frac{1}{7\,683}$

den die Grundlinien mit aller Sorgfalt gemessen und Einfluß der Temperatur, Nivellement, Aligement und Reduktion auf den Horizont beachtet. Die zwischen unmittelbar gemessener und abgeleiteter Länge aufgetretenen Unterschiede führten jedenfalls zu dem Schluß, daß die trigonometrischen Messungen mit der Genauigkeit ausgeführt waren, die den Beobachtungsmethoden und den verwendeten Instrumenten entsprach. Läßt man bei dem Vergleich einige besonders stark ausschlagende Werte unberücksichtigt, so ergibt sich eine durchschnittliche Genauigkeit von rund $\frac{1}{20\,000}$. Die Anschlußwidersprüche in den Grundlinien wurden für die endgültigen Längen der Dreiecksseiten dadurch berücksichtigt, daß eine dem Mittelwert der Grundlinie entsprechende Korrektur angebracht wurde. Diese Methode wurde für die Festlegung der Triangulationsergebnisse als

Grundlage der Karte 1:80 000 als hinreichend genau angesehen.

Die Winkelmessung

Um die Winkel mit der größtmöglichen Genauigkeit zu erhalten, waren in den grundlegenden Anordnungen des Dépôt générale de la guerre für die Winkelmessung in den Hauptketten und im Füllnetz verschiedene Abstufungen der Instrumente und der Winkelbeobachtung selbst vorgeschrieben worden. So waren für die Winkelmessung in der großen Senkrechten, dem Parallel von Paris, Repetitionskreise mit 0,43 cm (16 Zoll) Durchmesser zu verwenden; die Beobachtungen waren ferner nachts oder in der Dämmerung auszuführen, wozu die Signalgerüste so zu bauen waren, daß auch die Leuchtgeräte (Reflektoren) Platz finden konnten. Die Winkel in den übrigen Hauptketten sowie im Füllnetz I. O. waren mit Repetitionskreisen von 0,35 m (13 Zoll) Durchmesser zu messen. Die Winkelmessung im Netz II. und III. Ordnung war mit Repetitionskreisen oder -theodoliten mit 0,27 m (10 Zoll) bzw. 0,22 m (8 Zoll) Durchmesser auszuführen. Die 10-Zoll-Instrumente waren für I. Ordnung auch im Gebirge zugelassen; im Netz II. Ordnung durften hier auch solche mit einem Kreisdurchmesser von 16,2 cm (6 Zoll) verwendet werden. Instrumente bis zu 8 Zoll Kreisdurchmesser hatten eine Ablesegenauigkeit von 20^{cc}, wobei 10^{cc} noch geschätzt werden konnten, die 6-Zoll-Instrumente 50^{cc} bzw. 25^{cc}.

Für die Seiten- und Höhenwinkel waren in der Hauptkette 3 Serien mit je 20 Repetitionen zu messen. Im Netz I. O. genügten 2 solche Serien. Die Winkel im Netz II. O. wurden in einer Serie mit 10 bis 12 Repetitionen gemessen, „insofern die atmosphärischen Verhältnisse die Genauigkeit der Messung nicht zu sehr beeinträchtigen“. Bei geschlossenen Dreiecken genügte hier außerdem eine Serie von 6 Repetitionen, was auch für die Punkte III. Ordnung galt.

Einen Überblick über die Dreiecksschlußfehler in den Hauptketten gibt nachstehende Zusammenstellung (s. nebenstehende Tabelle). Sie zeigt, daß der überwiegende Teil der Fehler sich unter 10^{cc} hält und die Genauigkeit der Winkelmessung sich mit dem späteren Zeitpunkt der Arbeiten wesentlich steigert. Zum Vergleich sei noch angeführt, daß der größte Dreiecksschlußfehler im Meridian von Frankreich (nach Tome VI) + 4",69 (= 14,5^{cc}) war.

Im Füllnetz I. O. hielt sich die große Mehrzahl der Dreiecksschlußfehler ebenfalls unter der Grenze von 10^{cc}; Fehler über dieser Grenze, darunter

	Zahl der Dreiecke	Dreiecksschlußfehler von — bis ^{cc}					Größter Fehler
		0 — 5.0	5.1 — 10.0	10.1 — 15.0	15.1 — 20.0	20.1 u. m.	
Meridian von Straßburg 1804 u. ff.	21	9	3	3	1	5	+27.8
Mittlerer Parallel 1811-1823	65	41	19	3	1	1	+44.4
Parallel von Paris 1818-1823	76	35	29	10	2	—	+18.4
Meridian von Bayeux 1818-1824	44	16	21	4	1	2	+22.2
Parallel von Amiens 1819-1822	20	9	6	2	3	—	+17.5
Parallel von Bourges 1818-1824	32	14	11	4	—	3	+26.8
Meridian von Sedan 1820-1826	64	26	16	12	4	6	—37.6
Parallel von Rodez 1823-1825	35	11	16	7	1	—	+16.2
Pyrenäenketten 1825-1827	55	22	23	6	4	—	—18.2
Meridian von Fontainebleau 1827-1828	12	5	6	1	—	—	+10.1
Mittelmeerkette 1832	15	10	3	2	—	—	+10.5
Gesamtzahl	439	198	153	54	17	17	
in v. H.	100	45	35	12	4	4	

einige wenige bis zu 60^{cc}, sind als Ausnahmen anzusehen, deren Einfluß „wegen der Einzwängung des Netzes in die Hauptketten als sehr begrenzt“ angesehen wurde. Im Dreiecksnetz II. O. wurde die Winkelsumme gewöhnlich um nicht mehr als 30^{cc}, manchmal auch 50^{cc} unter- oder überschritten.

Die Höhenbestimmung

Da die Triangulation der Ingenieur-Geographen die Grundlage für die Herstellung der topographischen Karte 1:80 000 bildete, war mit der Dreiecksmessung auch die Bestimmung der Höhen der Dreieckspunkte notwendig. Die Höhenbestimmung wurde durch trigonometrische Höhenmessung ausgeführt, wobei zur Erzielung größtmöglicher Genauigkeit auf den Punkten I. O. die gegenseitigen Zenitdistanzen gemessen wurden. Die Höhen wurden als absolute Werte über dem Mittelwasserstand des Ozeans und des Mittelmeers festgelegt, und zwar von 7 verschiedenen Nullpunkten aus, die an den Endpunkten der Hauptketten gewählt worden waren (vgl. Abb. 1). Zu ihrer Fest-

legung dienten Versicherungssteine, von denen aus weitere Höhenpunkte zur Gewinnung gleichabständiger Höhenlinien eingeschaltet werden konnten. Eine Kontrolle der Höhenbestimmung in den Dreiecksketten war dadurch gegeben, daß diese von den Meeren ausgingen und sich im Inneren des Landes vereinigten. So wurde die absolute Höhe der Laterne des Panthéon durch die Höhenmessung von Brest aus durch gegenseitige Zenitdistanzen bestimmt, die sowohl tagsüber wie nachts gemessen wurden. Die Höhe wurde zu 143,84 m mit einem mittleren Fehler von $\pm 0,096,56$ m und einem größten wahrscheinlichen Fehler von $\pm 0,579$ m (das Sechsfache des mittleren Fehlers) errechnet. Dieser Wert wurde der Höhenbestimmung der Dreieckspunkte im Meridian von Frankreich zugrunde gelegt, wobei die Zenitdistanzen übernommen wurden, die seinerzeit Delambre hauptsächlich zu dem Zweck gemessen hatte, die Winkel auf den Horizont des Panthéon reduzieren zu können.

Ebenfalls vom Ozean ausgehend wurden die absoluten Höhen der Dreieckspunkte des mittleren Parallels durch gegenseitige, in größerer Zahl und zu verschiedenen Tageszeiten gemessene Zenitdistanzen bestimmt. Ausgangshöhe war hier die Höhe des obersten Randes des Leuchtturms von Cordouan mit 68,445 m mittlerer Meereshöhe. In diese Dreieckskette fiel auch die Bestimmung der Höhe des Montblanc, die aus den Messungen der Ingenieur-Geographen zu 4 810,59 m und aus den Messungen der österr. und sardinischen Offiziere anlässlich der Vermessungen in Piemont und Sardinien zu 4 811,59 m erhalten wurde, also eine gute Übereinstimmung zeigte; aus einer Reihe von barometrischen Messungen war sie außerdem zu 4 808,32 m bestimmt worden.

Erwähnenswert erscheinen auch die Höhenbestimmungen in der Pyrenäenketten, weil hierbei versucht wurde, einen einigermaßen sicheren Vergleich der Höhe des mittleren Wasserspiegels des Ozeans mit der des Mittelmeeres herbeizuführen. Die Höhenbestimmung wurde entsprechend den Ausgangspunkten in 2 Teilen ausgeführt. Der ostwärtige ging von der beim Wachturm des Forts Saint-Ange i. J. 1825 bestimmten Höhe des Mittelwasserstandes des Mittelmeeres aus. Der westliche Teil hatte als Ausgangspunkt die Höhenmarke in der Nähe des Forts Socca, deren Höhe über dem Mittelwasserstand des Ozeans von den Ingenieur-Hydrographen i. J. 1826 bestimmt worden war. Gemeinsamer Vergleichspunkt war der Trigonometrische Punkt auf dem Berg Grabère, dessen Höhe über dem Mittelmeer aus dem ostwärtigen

Teil sich zu 2 634,31 m, über dem Ozean aus dem westlichen Teil zu 2 632,64 m ergab. Der Unterschied von 1,67 m ließ keinen sicheren Schluß zu über die Lage der beiden Niveauflächen zueinander. Deshalb wurde eine nochmalige Berechnung der Höhenbestimmung durch eine mehrfache Kombination durchgeführt, indem je eine Berechnung entlang den nördlichen und den südlichsten Dreiecksseiten und je eine gegenseitig über die diagonal verlaufenden Seiten angesetzt wurde. Das Endergebnis dieser Berechnung war folgendes:

Nivellements- linie	Höhe d. Carbère		Unter- schied	Mittle- rer Fehler	Größter wahrschein- licher Fehler
	über d. Mittel- meer	über d. Ozean			
südl. Seiten	2633,37	2632,95	+0,42	$\pm 0,320$	$\pm 1,860$
nördl. Seiten	2633,99	2632,02	+1,97	0,258	1,421
diag. Seiten	2633,87	2633,61	+0,26	0,286	1,416
	2632,79	2632,49	+0,30		
Mittel	2633,50	2632,77	+0,73		

Durch diese Berechnung wurde der ursprünglich aufgetretene Unterschied wesentlich herabgedrückt; die Fehler ließen außerdem durch ihre Übereinstimmung die Annahme einer gleichmäßig genauen Messung in den verschiedenen Linien zu. Aus dem mittleren Unterschied von 0,73 m, der die Grenze der wahrscheinlichen Fehler nicht überschritt, wurde geschlossen, „daß die beiden Meere das gleiche Niveau haben oder daß zum mindesten eine Ungleichheit, wenn sie überhaupt vorhanden ist, sehr wenig spürbar ist“.

Zusammenfassung

Die Triangulation der Ingenieur-Geographen, deren eigentlicher Zweck war, der Karte 1 : 80 000 als grundlegendes Netz zu dienen, zeigt in ihrer Anlage die noch heute gültige Form. Das Gerippe besteht aus systematisch angelegten Hauptketten. Die Einheitlichkeit des Maßstabs des Netzes wurde durch mehrere, über das ganze Gebiet gut verteilte Grundlinien gesichert und geprüft. Die Orientierung des Netzes wurde nur auf ein Ausgangsazimut gestützt, obgleich schon damals erkannt wurde, daß es „etwas unzutraglich wäre, alle Ketten des Netzes nur mit Hilfe des einzigen Azimuts von Belle Assise zu orientieren, so gut auch die Dreiecke koordiniert sein mögen“. Der Berücksichtigung Laplacescher Azimute wurde seinerzeit nur für die Aufgaben der Höheren Geodäsie Bedeutung beigemessen. Eine Gesamtausgleichung der Ketten wurde nicht durchgeführt. Die einzelnen Ketten wurden vielmehr unabhängig voneinander berechnet, wodurch starke gegenseitige Verschwen-

kungen und Verschiebungen und in den Kreuzungsstellen der Ketten Doppelkoordinierungen mit Klaffungen bis zu 20—30 m auftraten. Diese Unstimmigkeiten wurden mit Rücksicht auf den Zweck der Triangulation und im Hinblick darauf, daß sie innerhalb der Zeichengenauigkeit der Karte 1 : 80 000 nicht fühlbar in Erscheinung traten, in Kauf genommen; sie konnten später nicht mehr beseitigt werden, so daß mit ihnen bei Arbeiten im Gebiet der alten Triangulation auch heute noch gerechnet werden muß. Die Genauigkeit der Messungen insbesondere der Winkelbeobachtungen zeigt bereits eine beachtliche Güte. Sie reicht zwar nicht an die heute verlangte Genauigkeit heran; gleichwohl würde sie ausreichen, um einen großen Teil der Beobachtungen für neue Arbeiten heranzuziehen, wenn die Erhaltung der Dreieckspunkte und damit ihre einwandfreie Wiederherstellung von Anfang an sichergestellt worden wäre.

Die Dreieckspunkte I. O. des Füllnetzes wurden auf Grund der Ausgangswerte der Hauptketten bald von der einen, bald von der anderen Kette aus berechnet. Durch diesen Mangel einer homogenen Berechnung wurde auch hier die Genauigkeit der Beobachtungen entwertet. Ebenso macht der Umstand, daß naturgemäß oft wiederum verschiedene Koordinatenwerte für ein und denselben Punkt vorhanden sind, die Verwendung des Füllnetzes I. O. für neuzeitliche Arbeiten sehr problematisch. Die Genauigkeit des Füllnetzes II. O. konnte im allgemeinen befriedigen. Für das Füllnetz III. O., wo viele Punkte nur durch zwei, sich zudem oft ungünstig schneidende Richtungen bestimmt wurden, kann dies nicht mehr gelten. Dadurch, daß ferner das untergeordnete Füllnetz jeweils für einzelne Blattbereiche bearbeitet wurde und sich hierbei auf ein nicht einheitliches Netz I. O. stützen mußte, treten zwangsläufig zwischen den in sich einigermaßen stimmigen Einzelnetzen benachbarter Blätter bedeutende Abweichungen — „bis zu mehreren Zehnermetern“ — auf, die für neuzeitliche, über die Blattbereiche hinausgreifende

Arbeiten untragbar sind. Hierin liegt mit ein Grund, daß schon damals entgegen dem ursprünglichen Plan die Katastervermessungen nicht mit dem allgemeinen Landesnetz verbunden, sondern jeweils in einem für den einzelnen Gemeindebezirk abgeschlossenen selbständigen Vermessungssystem ausgeführt wurden, was in den heute noch bestehenden rund 36 000 verschiedenen Katastersystemen zum Ausdruck kommt. Auch die später für größere zusammenhängende Gebiete als Grundlage topographischer Neuaufnahmen geschaffenen örtlichen Systeme, so z. B. in Südfrankreich, sind darauf zurückzuführen.

Die bei Triangulationen im Anfange des vorigen Jahrhunderts öfter auftretende Erscheinung der mangelhaften Festlegung der Dreieckspunkte zeigt sich auch bei der Triangulation der Ingenieur-Geographen. Nach den gegebenen Vorschriften waren die Punkte wohl dauerhaft zu vermarken. Trotzdem wurden keine ausreichenden Sicherungsfestlegungen angebracht oder Anmessungen und Aufschreibungen hierüber gemacht, so daß heute lediglich noch etwa 30 v. H. der Punkte der alten Triangulation erhalten sind, wodurch ebenfalls nur mehr eine beschränkte Möglichkeit für die Verwendung des alten Netzes zu neueren Arbeiten gegeben ist.

Die Triangulation der Ingenieur-Geographen, die gegen das Jahr 1855 abgeschlossen wurde, stellt ein für ihre Zeit im ganzen beachtenswertes Werk dar. Sie erfüllte trotz des großen Mangels eines vollkommenen inneren Zusammenhangs seinen damals geforderten Zweck, den topographischen Aufnahmen für die Karte 1 : 80 000 und dieser Karte selbst als Grundlage zu dienen. Anforderungen jedoch, die heute an ein trigonometrisches Landesnetz sowohl vom Standpunkt der Landes- und Einzelvermessung, der Luftbildmessung und auch der artilleristischen Vermessungen gestellt werden, kann sie, selbst wenn das Dreiecksnetz noch in allen seinen Teilen erhalten wäre, nicht erfüllen.

Die neue französische Triangulation

Von Oberleutnant (Ing.) Dr.-Ing. habil. Kneißl

Einleitung

Die alte französische Triangulation war — abgesehen vom Meridian von Delambre, der vor allem auch Erdmessungszwecken und allgemeinen wissenschaftlichen Forschungen dienen sollte — ausschließlich auf die Herstellung der Karte

1 : 80 000 abgestellt. Bei der neuen französischen Triangulation hingegen wurden die Beobachtungen und Berechnungen so durchgeführt, daß die Genauigkeit der endgültig bestimmten Punktlagen sowohl für alle militärischen als auch für ingenieurtechnische Zwecke, vor allem aber auch für

Katasteraufnahmen ausreichte. Während die alte französische Triangulation in Bezug auf ihre Genauigkeit mit einer neuzeitlichen Triangulation überhaupt nicht verglichen werden kann, steht die neue französische Triangulation auf einer Höhe, die einen Vergleich mit unserer Triangulation wohl aushält. Hierbei darf gleich im voraus darauf hingewiesen werden, daß bei der neuen französischen Triangulation ebenso wenig wie bei unserem Reichsdreiecksnetz sicherlich nicht die letzten wissenschaftlichen und technischen Möglichkeiten erschöpft wurden. Die französische Landesvermessung hat es aber verstanden, ihre übergeordneten Arbeiten so auf die Folgearbeiten abzustimmen, daß das endgültige französische Festpunktfeld allen billigen praktischen Anforderungen, insbesondere den Anforderungen einer großmaßstäblichen Karte gerecht wird und daß die Ergebnisse auch für alle wissenschaftlichen Untersuchungen genügend genau sind. Gerade diese Abstimmung der übergeordneten Arbeiten auf den Endzweck der Gesamtvermessung ist ein bemerkenswerter und gesunder Zug der französischen Geodäsie.

In einem Aufsatz über die neue französische Triangulation („Notice sur la nouvelle triangulation de la France“) vom Oktober 1942 stellt der Direktor des Instituts Géographique National, General Hurault, an die Spitze seiner Ausführungen zunächst allgemeine Betrachtungen über die Anforderungen an die geometrische Beschreibung eines großen Landes, wobei er besonders auf die allgemeinen Genauigkeitsforderungen eingeht. Nach Hurault erfordert die eigentliche topographische Aufnahme — abgesehen davon, daß die Gesamtheit der trigonometrischen Punkte einem homogenen Netz angehören müssen — lediglich eine Punktgenauigkeit von 1 oder 2 m, die im Maßstab 1:10 000 eine Lageunsicherheit von 0,1 bzw. 0,2 mm bewirkt und im Maßstab 1:20 000 0,1 mm nicht überschreitet. Diese Genauigkeit kann bei laufenden trigonometrischen Arbeiten leicht eingehalten werden. Für topometrische Aufnahmen, insbesondere für Katasteraufnahmen muß selbstverständlich eine größere Genauigkeit gefordert werden. Die örtliche Genauigkeit einer Katastermessung wird sogar im allgemeinen die Genauigkeit einer neuzeitlichen Triangulation — für die Hurault wie üblich einen mittleren Punktfehler von ± 10 bis ± 15 cm ansetzt — übertreffen. Da die gegenseitige Lagegenauigkeit bei der trigonometrischen Punktbestimmung von der Länge der Dreiecksseiten nahezu unabhängig ist und mit etwa $\pm 10 \sqrt{2}$ bis $\pm 15 \sqrt{2}$ angesetzt werden kann, unterliegt die Verdichtung der Triangulation mit

Rücksicht auf die relative Lagegenauigkeit nach unten einer gewissen Beschränkung, d. h. die eigentliche Triangulation muß genügend weitmaschig gehalten werden, damit die relative Genauigkeit, mit der die Länge einer Seite bestimmt wird, allen Anforderungen genügt. Das Institut Géographique National begrenzt daher die Punktverdichtung auf etwa einen Punkt pro 3 qkm.

Die neue französische Triangulation wurde mit der Neubearbeitung des Meridians von Frankreich 1870 eingeleitet. Der Beschluß und die Bestimmungen für eine vollständige Erneuerung der französischen Triangulation wurden erst in den letzten Jahren des vorigen Jahrhunderts festgelegt. Den unmittelbaren Anstoß gab nach Hurault eine Resolution vom 26. 1. 1898 der — 1891 aufgestellten — außerparlamentarischen Kommission zum Studium der Überarbeitung des Katasters und der hierfür erforderlichen Mittel. Hiernach sollten die Katasterarbeiten auf eine spezielle Triangulation aufgebaut werden, die von der großen (der sogenannten Generalstabs-) Triangulation abzuleiten ist und deren Dreiecksketten I. O. und deren Füllnetze II. O. durch die Geodätische Abteilung des Service Géographique zu gegebener Zeit überholt und ergänzt werden sollten. Das Netz III. O. der alten französischen Triangulation sollte hierbei durch den Service Géographique vollständig überarbeitet werden, so daß im Mittel auf je 2,5 ha ein Punkt III. O. zu liegen kommt, und eine Seite III. O. rund 5 km beträgt. Diese Resolution wurde mit Dekret vom 9. Juni 1898 zum Gesetz erhoben. Hierzu kam noch, daß 1897 die „Commission Centrale des Travaux Géographiques“ in der Sitzung vom 18. Mai den Wunsch geäußert hatte, sobald als möglich mit der Ausführung einer großmaßstäblichen Karte von Frankreich zu beginnen und die Arbeiten mit einer Revision der Triangulation einzuleiten. Damit bekam die Erneuerung der Triangulation eine weit über das Kataster hinausreichende Bedeutung. Das Arbeitsprogramm zur Erneuerung der gesamten Triangulation sah folgenden Aufbau vor: Der neue Meridian von Frankreich, dessen Beobachtungen von 1870—1890 durchgeführt worden waren, sollte die Ausgangsbasis für den gesamten Netzaufbau bilden. Weiter sollten die alte Parallelkette von Paris und die mittlere Parallelkette mit derselben Genauigkeit überarbeitet werden. Diese Ketten sollten die Grundachsen bilden, an die die Katastertriangulationen angeschlossen werden sollten. Die ersten Arbeiten wurden noch im Herbst 1898 begonnen, 1907 aber wieder eingestellt, weil mit Dekret vom 26. Februar 1907 der Artikel 3 des Dekrets vom

9. Juni 1898 wieder aufgehoben wurde, der vorschrieb, daß die Katasterarbeiten an die Grundtriangulation anzuschließen sind. Die Triangulationsarbeiten konnten aber 1908 mit Rücksicht auf die Herstellung der neuen Karte 1:50 000 wieder aufgenommen und bis 1918 in den Grenzen der bewilligten Mittel fortgeführt werden.

In dieser ganzen Zeit waren jedoch die Arbeiten wegen unzureichender Mittel nur sehr langsam vorangekommen und im wesentlichen auf Gebiete entlang der Ostgrenze beschränkt. Dadurch mußten viele eilige Arbeiten auf die alte Triangulation, die von Fall zu Fall mehr oder weniger behelfsmäßig an die neue Triangulation angeschlossen wurde, aufgebaut werden, wodurch wiederum die normale Erneuerung des Netzes verzögert wurde. Erst als im Krieg 1914—1918 die Bedeutung der Koordinaten für das artilleristische Schießen im vollen Umfange erkannt wurde, kam es zu einer umwälzenden Änderung der Methoden und des Arbeitsfortschritts. Während man bis dahin immer noch den Netzaufbau durch die Einschaltung und Einrechnung von Netzfiguren (Dreiecken, Diagonalevierecken usw.) durchführte, wurde im Weltkrieg die Einzelpunkt- und Mehrpunkteinschaltung durch Einschneiden und Ausgleichung nach vermittelten Beobachtungen im großen Umfang eingeführt. Dabei wurde noch die Rechenarbeit durch die Einführung eines konformen, rechtwinklig ebenen Koordinatensystems („projection conique conforme de Lambert“) wesentlich vereinfacht, das für ganz Nordostfrankreich (System Nord de Guerre) auf die alte Triangulation (berechnet auf dem Ellipsoid von Plessis) angewandt wurde.

1920 wurden dann für ganz Frankreich drei neue Lambertsche Projektionssysteme (bezogen auf die neue Triangulation und das Clarkesche Ellipsoid von 1880) eingeführt, nämlich

System Lambert I (Zone nord) gültig zwischen den Breiten 56°50' und 53°50';

System Lambert II (Zone centrale) gültig zwischen den Breiten 53°50' und 50°50';

System Lambert III (Zone sud) gültig zwischen den Breiten 50°50' und 46°.

In der Folge wurde das System Nord de Guerre behelfsmäßig an die neue Triangulation angeglichen und soll jetzt allmählich durch das System Lambert I ersetzt werden¹⁾.

Durch die Einführung dieser Projektionssysteme und mit Rücksicht darauf, daß die Karte 1:80 000 und umfangreiche lokale Triangulationen auf der

¹⁾ In einem demnächst in diesen Mitteilungen erscheinenden Aufsatz wird eingehend über die französischen Projektionssysteme berichtet werden.

alten Triangulation beruhen, war der Service Géographique de l'Armée gezwungen, die alte und neue Triangulation zu vergleichen und Überführungsformeln für den Übergang von der einen zur anderen Triangulation aufzustellen. Die Umrechnungsformeln wurden 1922 rein theoretisch aufgestellt, indem für den Ausgangspunkt der beiden Triangulationen, die Nullpunktverschiebung, die Änderung des Ausgangsazimuts, die Maßstabsänderung und im übrigen die Unterschiede der Bezugsellipsoide berücksichtigt wurden. Für die praktische Rechnung wurden noch besondere Tabellen aufgestellt, die es ermöglichen, für alle Punkte in einfachster Weise die Breiten- und Längenunterschiede ihrer Koordinaten in dem einen und anderen System zu berechnen („Formules et tables pour la transformation des coordonnées des points de l'ancienne triangulation de la France dans la nouvelle triangulation“, mai 1922, Imprimerie du Service Géographique de l'Armée). Dadurch war es möglich in die Karte 1:50 000, die durch Vergrößerung der Karte 1:80 000 entstanden ist, das Lambert-Gitter einzutragen und die verschiedenen „plans directeurs“, die im Westen, im Zentrum und im Süden Frankreichs für die Umgebung von Garnisonen, Übungsplätze, Schießplätze u. dgl. hergestellt wurden, auf das Lambertsystem abzustellen, indem die Punkte der alten Triangulation, die diesen Karten zugrunde liegen, mit diesen Formeln in die Lambert-Systeme umgeformt wurden. Diese Karten tragen den Vermerk „Triangulation des Ingenieurs-Géographes transportée sur l'ellipsoïde de Clarke avec les éléments de départ de la nouvelle triangulation“. Auf denselben Umrechnungsformeln beruhen auch die Koordinatenlisten und Verzeichnisse Lambert I, II und III der Punkte der alten Triangulation. Die Überführungsformeln gelten nur in unmittelbarer Nähe des Ausgangspunktes. Je weiter man sich von diesem entfernt, desto mehr wirken sich die Unsicherheiten des alten Netzes aus und führen zu Klaffungen von 100—150 m zwischen umgerechneten und neu bestimmten Netzteilen. Hierbei ist zu beachten, daß selbstverständlich das umgeformte Netz die eigentlichen Netzfehler der alten Triangulation, die bis zu 40 m erreichen, auch noch enthält.

Punkte, deren Koordinaten durch Umformung aus der alten Triangulation gewonnen wurden, dürfen daher mit anderen Punkten der neuen Triangulation, deren Koordinaten neu bestimmt wurden, nicht verwendet werden. Nach diesen allgemeinen Vorbemerkungen darf der Aufbau und der Stand der neuen französischen Triangulation bis 1. 1. 1942 im einzelnen aufgezeigt werden.

Stand der neuen Triangulation in Frankreich bis zum 1. 1. 1942

(Nouvelle Triangulation de la France)

Bei der neuen französischen Triangulation werden wie üblich das Hauptdreiecksnetz (réseau primordial) und nachgeordnete Netze (réseaux d'ordre inférieur) unterschieden. Das französische Hauptdreiecksnetz umfaßt

- a) die eigentlichen Hauptdreiecksketten (chaînes primordiales proprement dites) und
- b) sekundäre Hauptdreiecksketten — die aber nicht mit Dreiecksketten II. O. verwechselt werden dürfen — (chaînes secondaires).

Die nachgeordneten Netze umfassen die Punkte des Füllnetzes I. O. (1^o ordre complémentaire) und alle Punkte der II. und III. Ordnung (2^o et 3^o ordre).

Von den eigentlichen Hauptketten des neuen französischen Hauptnetzes waren bis Januar 1942 fertiggestellt und endgültig berechnet:

1. der Meridian von Frankreich (Meridian von Paris).

Der Meridian von Frankreich stützt sich auf die Basen von

Paris (Juvisy),
Perpignan,
Cassel,
Amiens (Albert).

Er ist, wie weiter unten noch ausgeführt wird, über den Kanal hinweg an das englische Hauptnetz angeschlossen und über das spanische Netz und das Mittelmeer hinweg mit dem algerischen Netz verbunden;

2. der Parallel von Paris.

Dieser Parallel gliedert sich in einen Teil ostwärts des Meridians von Paris (Parallèle de Paris Est) und einen Teil westlich des Meridians von Paris (Parallèle de Paris Ouest).

Der Parallel Paris Ost stützt sich auf die Basen von Châlons und Oberbergheim und ist durch die Seite Belchen—Kaiserstuhl mit der deutschen Triangulation verbunden.

Der Parallel Paris West ist bis zur Insel Chausey durchgeführt und durch die Basis von Mt. St. Michel versteift;

3. der Parallel von Lyon.

Der Parallel von Lyon stützt sich auf die Basis von Lyon und ist mit dem italienischen Netz durch die Seite Grande-Rochère — Becca di Toss verbunden;

4. der Parallel von Avignon.

Der Parallel von Avignon stützt sich auf die

Basis von Salon und ist ebenfalls mit dem italienischen Netz durch die Seite Mounier — Tournairet verbunden.

Die eigentlichen Hauptdreiecksketten werden durch den Meridian von Paris und durch Parallelkreisketten gebildet, die von diesem ausgehen und durch sekundäre Hauptdreiecksketten miteinander verbunden werden. Durch die sekundären Hauptdreiecksketten werden die Hauptketten zu Polygonen zusammengeschlossen und die Polygone unterteilt.

Im einzelnen liegen folgende sekundäre Hauptdreiecksketten vor:

1. der „Hosenträger“ Châlons — Amiens (La bretelle Châlons — Amiens) zwischen dem Meridian von Frankreich und dem Parallel Paris Ost. Diese Kette ist durch das Dreieck Rulles — Aulier — Arlon mit dem belgischen Netz verbunden und an die belgische Basis von Etalle angeschlossen;
2. der Meridian von Lyon zwischen dem Parallel Paris Ost und dem Mittelmeer;
3. der Parallel von Bourges Ost ist zwischen die Meridiane von Paris und Lyon eingehängt;
4. ein Anfangstück des Parallels Amiens West.

Die durch die eigentlichen und sekundären Hauptdreiecksketten gebildeten Polygone werden durch Füllnetze I. O. (Premier ordre complémentaire) überdeckt. In diese Netze werden dann die Netze II. und III. O. in bekannter Weise eingeschaltet.

Die eigentlichen Hauptdreiecksketten

I. Der neue Meridian von Frankreich

1. Geschichtliche Entwicklung des Meridians und Beobachtung

In gleicher Weise wie bei der Triangulation der Ingenieur-Geographen bildet auch bei der neuen französischen Triangulation der Meridian von Paris das Rückgrat der Gesamtvermessung. Bei der Darstellung der Entwicklung der französischen Triangulation muß daher auf die Festlegung, Beobachtung und Berechnung des Meridians von Paris besonders ausführlich eingegangen werden, während die übrigen Dreiecksketten in kürzeren Zusammenfassungen behandelt werden können.

Die folgenden Ausführungen sind im wesentlichen den vorbildlichen amtlichen französischen Veröffentlichungen entnommen.²⁾

²⁾ Im einzelnen wurden hierbei benutzt:

1. Mémorial du Dépôt Général de la Guerre, Imprimé par ordre du ministre.

Tome XII, Publié par le colonel Perrier, membre de l'Institut et du Bureau des Longitudes.

Schon zu Beginn des 19. Jahrhunderts wurde erkannt, daß der Meridian von Delambre und Méchain, der zur Ableitung des Urmeters diente und die Grundlage für die Karte 1 : 80 000 oder die französische Generalstabskarte bildet, wegen der Mängel der bei der Messung verwendeten Hilfsmittel trotz der Gewissenhaftigkeit seiner Beobachter neueren wissenschaftlichen Anforderungen nicht mehr genügt. Insbesondere durch die

Nouvelle Méridienne de France, 1^{re} partie, Paris. Imprimerie Nationale. 1885.

Tome XII, Nouvelle Méridienne de France, Deuxième Fascicule, Publié par le Général Bassot membre de l'Institut et du Bureau des Longitudes, Paris. Imprimerie Nationale, 1902.

Tome XII, Nouvelle Méridienne de France, Troisième partie, Publié par le commandant Bourgeois. Membre correspondant du Bureau des Longitudes, Chef de la section de Géodésie au Service Géographique de l'Armée sous la direction du général Berthaut, Sous-Chef d'Etat-Major Général, Directeur du Service Géographique de l'Armée, Paris. Imprimerie Nationale, 1904.

2. Mémorial du Service Géographique de l'Armée, faisant suite au Mémorial du Dépôt Général de la Guerre, Tome III, Description géométrique de la France, Méridienne de France, Première Fascicule, Paris. Imprimerie du Service Géographique de l'Armée, 1929.

Tome III, Description géométrique de la France, Méridienne de France, Deuxième Fascicule, Paris. Imprimerie du Service Géographique de l'Armée, 1930.

3. Traité de Géodésie, par le capitaine P. Tardi, Préface par le Général G. Perrier, Membre de l'Institut, Fascicule I, Généralités sur la Géodésie. Géodésie Mathématique. Triangulation, Paris. Gauthier-Villars, Editeur, 1934.

Der 1. Teil des XII. Bandes des Mémorial du Dépôt Général de la Guerre ist den Beobachtungen des südlichen Teilstücks des Meridians zwischen der spanischen Grenze und Paris gewidmet und gibt allgemeine Auskünfte über die Instrumente, die Art der Beobachtung und bringt dann im einzelnen eine Beschreibung der Stationen und die Ergebnisse der Horizontalwinkelmessung. Der 2. Teil umfaßt die Beobachtung des nördlichen Teilstücks des Meridians von Paris bis Dünkirchen und bis zur belgischen Grenze und eine vorläufige Ausgleichung des Meridians. Der 3. Teil enthält die Beobachtungsdaten und Ergebnisse der in den Jahren 1890, 1891 und 1892 ausgeführten Basismessungen von Paris, Perpignan und Cassel.

Der 1. Teil des III. Bandes des Mémorial du Service Géographique de l'Armée enthält in drei Kapiteln:

1. Angaben über die Wahl des Bezugsellipsoides und die Bestimmung der Ausgangselemente der Triangulation sowie die Ergebnisse der astronomischen Beobachtungen rund um Paris;
2. die Ausgleichung des Meridianstücks zwischen den Pyrenäen und Paris;
3. die Ausgleichung des Meridianstücks zwischen Paris und Dünkirchen.

Der 2. Teil enthält die übrigen astronomischen Beobachtungen und eine Diskussion der Ergebnisse.

Traité de Géodésie von Tardi enthält eine kurz zusammengefaßte Darstellung der Geschichte des neuen Meridians von Frankreich in den Abschnitten 15 und 16 des II. Kapitels.

Fortschritte im Instrumentenbau sah man sehr bald ein, daß die seinerzeitigen Winkelbeobachtungen wesentlich verbessert werden konnten. Während Delambre und Méchain noch Repetitionskreise (Bordasche Kreise) mit Angaben von nur einer Neuminute verwendeten, wurden bereits für die Beobachtung der weiteren Hauptdreiecksketten von Frankreich Repetitionstheodolite von Gambey mit 20 Neusekunden-Angabe eingesetzt. Hinzu kommt noch, daß teilweise die Dreiecke des Meridians nicht gut gestaltet, die benutzten Bauwerke nicht standhaft genug und auch nicht alle Dreieckswinkel gemessen oder nicht oft genug wiederholt worden waren. Die Folge war, daß schon beim Anschließen der Hauptdreiecksketten durch die Ingenieur-Geographen an den Meridian von Frankreich unerträgliche („intolérables“) Spannungen auftraten, insbesondere in der Gegend zwischen Bourges und Fontainebleau, wo die Dreiecke schlecht ausgewählt und nur mangelhaft versichert worden waren.

Weitere nicht erklärbare Widersprüche fand 1866 der Astronom J. Villarceau beim Vergleich der von ihm 1861—1865 bestimmten astronomischen Breiten, Längen und Azimute mit den entsprechenden geodätischen Werten, wobei sich bei Rodez und Carcassonne Laplacesche Widersprüche von $-23",7$ und $-31",8$ ergaben. Da andererseits das Ausgangsazimut von Delambre nur sehr wenig von dem von J. Villarceau bestimmten Wert abwich, waren diese Widersprüche nur auf Winkelfehler im Meridian zurückzuführen. Da die Fehler im Meridian in der Folge auch auf die übrigen Hauptdreiecksketten übertragen wurden, hat das „Bureau des longitudes“ und das „Observatoire de Paris“ mehrmals eine Neubearbeitung des Meridians vorgeschlagen, aber das Dépôt de la Guerre mußte diese Neubearbeitung wegen der beschränkten Etatsmittel und aus Personalmangel zurückstellen. Die notwendige Neubearbeitung konnte daher erst im letzten Viertel des 19. Jahrhunderts in Angriff genommen werden. Als Algier eine französische Besitzung geworden war und nachdem schon früher Biot und Arago bei der Verlängerung des Meridians von Frankreich von Barcelona bis zu den balearischen Inseln darauf hingewiesen hatten, daß eine Verlängerung des Meridians über das Mittelmeer hinweg nach Algerien wohl möglich sei, vertrat vor allem Oberst Peytier 1853 im IX. Bande des Mémorial du Dépôt de la Guerre diese Verlängerung des Meridians von Paris. 1857 erinnerte Biot in der Akademie der Wissenschaften an die Verlängerung des Meridians von Frankreich bis nach Nordafrika. Zur gleichen Zeit beschäftig-

ten sich auch der seinerzeitige Direktor des spanischen Geographischen Instituts, Oberst Ibanez und der Franzose Laussedat, der nach Spanien zur Teilnahme an der Basismessung von Madrilejos kommandiert war, mit dieser Frage. Oberst Levret entwarf dann als erster ein gut ausgearbeitetes Programm zur Übertragung des Meridians von Frankreich über Spanien nach Algier, wobei er durch genaue Berechnung die theoretische Möglichkeit der Visuren über das Mittelmeer nachwies.³⁾

Die eigentliche Erkundung gelang 1868 F. Perrier bei der Auswahl der algerischen Kette zwischen Oran und der Grenze von Marokko. In einer Denkschrift, die Perrier 1869 dem Bureau des Longitudes vorlegte, konnten bereits die Zielpunkte, ihre ungefähren Höhen und die genäherten Längen der Dreiecksseiten — über 300 km —, insbesondere aber die Höhen der Visuren über dem Meer — mindestens 200 m — angegeben und der Nachweis geführt werden, daß mit Rücksicht hierauf mit einer anormalen seitlichen Strahlenbrechung nicht zu rechnen ist. Auf diese Weise war geplant, den Meridian von Frankreich, der inzwischen bereits durch England und Schottland bis zu den Shetland-Inseln verlängert und durch Spanien hindurchgeführt worden war, bis zum afrikanischen Kontinent und bis zur Grenze der Sahara fortzusetzen, so daß ein Meridianbogen von rund 28 Breitengraden entstand. Die Durchführung dieses Projekts verlangte zwangsläufig, daß das Hauptstück dieses Bogens, der ursprüngliche Meridian von Frankreich, vollkommen neu gemessen und berechnet wurde, damit seine Genauigkeit den englischen, spanischen und algerischen Beobachtungen entsprach.

Am 7. April 1869 wurde mit Unterstützung des Bureau des Longitudes dem Unterrichtsminister zur Weiterleitung an den Kriegsminister ein Bericht über die Notwendigkeit und die Vorteile einer Neumessung des Meridians vorgelegt. Daraufhin wurde am 18. April 1869 durch den Kriegsminister, Marschall Niel, die Neuvermessung des Meridians von Frankreich unter der Leitung von F. Perrier befohlen und zugleich festgelegt, daß die spanisch-algerische Verbindung bis zur Ausdehnung der spanischen Triangulation bis Andalusien zurückgestellt und dann nach einer Verständigung zwischen Frankreich und Spanien die Ausführung mit allen Mitteln gefördert werden sollte.

Zur Durchführung dieser Arbeiten wurde folgendes Programm aufgestellt:

³⁾ 2. Beilage des IX. Bandes des Mémorial du Dépôt de la Guerre.

1. die Messung der Winkel einer Meridiankette zwischen der spanischen Grenze (Küste Canigou—Forceral) und Dünkirchen, die möglichst viele Punkte mit der alten Kette von Delambre gemeinsam haben sollte und die mit jeder Parallelkette der französischen Triangulation durch wenigstens eine gemeinsame Seite verbunden sein sollte. Die Meridiankette sollte sich auf die beiden durch Delambre in Perpignan und Melun gemessenen Basen stützen und durch eine neue Basis in der Umgebung von Dünkirchen nachgeprüft werden;
2. astronomische Breiten-, Längen- und Azimutbeobachtungen, um die in Dünkirchen, St. Martin-du Tertre, Rodez und Carcassonne durchgeführten Beobachtungen zu ergänzen und um die Breite von Paris und das Ausgangsazimut der französischen Triangulation neu zu bestimmen;
3. die Neumessung einer der zwei Basen von Delambre zur Ableitung des Internationalen Meters und zum Vergleich mit dem Archivmeter; sollte wegen Verbauungen u. dergl. eine solche Nachmessung nicht möglich sein, so sollte bei Melun mit größter Sorgfalt eine neue Basis gemessen und durch eine Triangulation mit der alten Basis verbunden werden;
4. endlich sollte noch eine Neuberechnung der französischen Triangulation auf Grund der alten Beobachtungsergebnisse durchgeführt werden, wobei die Ausgangselemente dem neuen Meridian entnommen werden sollten.

Es ist bemerkenswert, daß bereits 1869 bei der Aufstellung des Arbeitsprogramms für die Neumessung des Meridians neben der Abstellung der Arbeit auf wissenschaftliche Zwecke an eine vollständige Neuberechnung der allgemeinen Landes- und Triangulationen gedacht wurde. Die hierzu erforderlichen Berechnungen sind aber in der Folge, wie hier vorweggenommen werden darf, nicht durchgeführt worden, weil die französische Geodäsie durch neue Aufgaben, insbesondere durch die Aufstellung des Katasters und die Herstellung der neuen Karte von Frankreich, dahin bestimmt wurde, nicht die Triangulation der Ingenieur-Geographen zu verbessern, sondern eine vollständige neue Triangulation schrittweise aufzubauen, die auf den neuen Meridian aufgeführt werden sollte.

Mit Rücksicht darauf, daß die Basismessungen bis zur Konstruktion eines neuen Basisapparates zurückgestellt wurden und die astronomischen Beobachtungen im Dépôt de la Guerre längerer Vorbereitungen bedurften, wurden zunächst die Win-

kelbeobachtungen im südlichen Teil des Meridians in Angriff genommen.

Im Frühjahr 1870 konnte eine Reihe der alten Punkte des Meridians von Delambre und Méchain einwandfrei identifiziert werden. Infolge des Krieges 1870/71 mußten die Arbeiten unterbrochen und konnten erst wieder im Herbst 1871 durch Perrier, Penel und Bassot aufgenommen werden.

1871 konnte Perrier noch auf den Endpunkten Salces und Vernet der Basis von Perpignan und auf den Punkten Espira und Forceral die Winkelbeobachtungen abschließen.

In den folgenden Jahren konnten dann die Beobachtungen programmäßig durchgeführt werden. 1874 wurden mit den Beobachtungen die Anschlußpunkte für die mittlere Parallele, 1882 wurde die Basis von Melun erreicht. 1883 wurde das Verbindungsnetz der Basis von Paris (Juvisy) gemessen. Von 1883 bis 1886 wurden auf fünf astronomischen Stationen um Paris Breiten- und Azimutmessungen zur Bestimmung der geographischen Breite für den Koordinatennullpunkt und des orientierenden Ausgangsazimuts durchgeführt. Infolge von Verbauungen konnte die Basis von Melun nicht neu gemessen werden. Als Ersatz wurde daher eine neue Basis dicht bei Paris zwischen Villejuif und Juvisy in Richtung der alten Basis von Picard erkundet. Die Basis von Juvisy wurde durch eine spezielle Triangulation an die Basis von Melun und an den Meridian angeschlossen.

1886—1888 erfolgte die Erkundung und Signalisierung des Abschnitts zwischen Paris und Dünkirchen. 1887 wurde die Beobachtung bei St. Martin-du-Tertre wieder aufgenommen, 1888 bis Rosendaël-les-Dunkerque fortgesetzt und 1889 mit dem Anschluß der abschließenden Kontrollbasis bei Cassel beendet. Hierbei wurde die Seite Cassel—Harlettes als Ausgangsbasis für das französisch-englische Verbindungsnetz und die Seite Cassel—Kimmel für den französisch-belgischen Anschluß festgelegt. Während der Erkundung des Nordteils des Meridians wurde auch seine Fortsetzung in Algier zwischen Algier und Lagonat erkundet und bebaut und 1886 mit 3 Beobachtergruppen in nur 2 Monaten Feldarbeit beobachtet.

Im südlichen Abschnitt des Meridians konnten — wie schon oben gesagt — die Zentren der alten Punkte in vielen Fällen einwandfrei aufgefunden und beibehalten werden. Die Verbindung mit dem spanischen Netz wurde über die Punkte Canigou und Forceral hergestellt, die 1868 durch Major Barraquer vom spanischen Geographischen Institut festgelegt worden waren. Der Anschluß an die Pyrenäenkette der Ingenieur-Geographen und an

die Kette entlang des Mittelmeeres wurde über die Punkte Canigou und Bugarach bzw. Tauch, Alaviz und St. Pons gesichert. Auch bei Rodez konnte der alte Meridian fast vollständig wiederhergestellt werden, so daß die Punkte des alten Meridians im wesentlichen beibehalten werden konnten und sich für den Zusammenschluß mit dem alten Parallel von Rodez und für den Anschluß des mittleren Parallels keine nennenswerten Schwierigkeiten ergaben. Im nördlichen Abschnitt, insbesondere in den Bergen der Auvergne mußte zur Verbesserung der Form der Dreiecke und zur Ausschaltung nicht genügend standfester Kirchtürme, die ursprünglich als Dreieckspunkte verwendet worden waren, die neue Meridiankette abweichend vom alten Meridian geführt werden.

Im allgemeinen genügten wegen des hügeligen Geländes für die Beobachtung kleine gemauerte Pfeiler. Daneben mußten aber auch zahlreiche Signale vor allem zwischen Bourges und Paris und zwischen Paris und Dünkirchen errichtet werden. Im Abschnitt zwischen Paris und Dünkirchen wurden mit Ausnahme von Monchy-le-Preux, wo die Kirchtürme benutzt wurden, durchweg Signale verwendet. Im südlichen Abschnitt wurden von Bauwerken als Beobachtungsstationen lediglich die Plattform der Kathedrale von Bourges und der Malakoffturm in St. Amand-Montrond verwendet.

Der eigentliche Meridian (Abb. 1 u. 2*) umfaßte von Canigou bis Rosendaël insgesamt 78 Punkte (45 Steinpfeiler, 4 Bauwerke — Kirchtürme und Monumente —, 4 gemauerte Hohl Pfeiler von 6—8 m Höhe und 25 Gerüste mit Höhen über 15 m).

Bis 1874 war aussch. mit Heliotropenlicht beobachtet worden. Die Beobachtungen waren bis zu diesem Zeitpunkt von der Basis von Perpignan bis zum Mittelparallel durchgeführt worden. Ab 1875 wurden dann mit gutem Erfolg auch Nachtbeobachtungen durchgeführt.

Für die Basismessungen war ein neuer Basisapparat — bimetallischer Basisapparat aus Platin-Iridium und Messing — durch die Gebr. Brunner konstruiert und im Internationalen Büro für Maße und Gewichte 1887 geeicht worden. Mit diesem Apparat wurde 1890 die neue Basis von Paris zwischen Villejuif und Juvisy, 1891 die Basis von Perpignan und 1892 die Basis von Cassel gemessen. Hierbei wurde die Basis von Paris zweimal gemessen. Die beiden anderen Basen wurden nur je einmal nach Unterteilung in Teilstrecken gemessen, wobei die Teilstrecken und die Gesamtbasis jeweils durch eine Sekundärtriangulation verbunden und dadurch verprobt wurden.

*) Abbildungen dieses Artikels s. Umschlagtasche.

Die astronomischen Beobachtungen wurden gleichlaufend mit den geodätischen Messungen durchgeführt. Sie wurden 1874 in Algier, also im südlichsten Abschnitt der zu bearbeitenden Meridiankette, und zwar mit Längen- und Breitenbestimmungen in Algier und Laghonat begonnen und 1881 in Guelt-el-Stel fortgesetzt. 1876 wurde Puy-de-Dôme bestimmt. 1884—1885 wurden die grundlegenden astronomischen Beobachtungen in der Umgebung von Paris für die Festlegung des Koordinatennullpunktes und die Orientierung der Meridiankette durchgeführt (Abb. 3). 1886 wurden der Längenunterschied Rosendaël—Paris Montsouris und die geogr. Breite von Rosendaël sowie ein Azimut in Laghonat neu bestimmt.

Nach einem Übereinkommen mit dem Observatorium von Greenwich ging man 1888 an die Bestimmung des Längenunterschiedes Paris—Greenwich durch zwei Beobachtergruppen mit französischen und englischen Beobachtern. 1889 erfolgte die Bestimmung des Längenunterschiedes Greenwich—Rosendaël und die Messung des Breitenunterschiedes Greenwich—Paris.

Während der Basismessung von Perpignan im Jahre 1891 wurde die astronomische Station Rivesaltes beobachtet und in Länge und Breite gleichzeitig an Paris und in Zusammenarbeit mit dem Geographischen Institut von Madrid an die spanische Station Desierto de Las Palmas und damit an das spanische Dreiecksnetz angeschlossen.

Auf Desierto de Las Palmas hatten schon 1809 Biot und Arago beobachtet. Desierto de Las Palmas wurde später noch an Madrid angeschlossen, das bereits 1885 unmittelbar in der Länge mit Paris verbunden worden war.

1892 wurde die Bestimmung des Längenunterschiedes Paris—Greenwich mit zwei weiteren unabhängigen französischen und englischen Beobachterpaaren wiederholt, weil die Berechnung der Ergebnisse der Messungen vom Jahre 1888 zwischen den französischen und englischen Beobachtern nicht übereinstimmten.

Die astronomische Breite und ein Azimut wurden dann 1892 noch in Léhons, 1893 in Chevry und 1895 in Arpheuille-St. Priest gemessen.

Auf diese Weise wurde längs des Meridians in Abständen von je rd. 1 Grad 10 astronomische Stationen bestimmt.⁴⁾

⁴⁾ Die Ergebnisse der astronomischen Beobachtungen längs des Meridians von Paris sind mit einer eingehenden Diskussion im Deuxième fascicule des Tome III, Mémorial du Service Géographique de l'Armée, Paris 1930, zusammengestellt. Einen Überblick über die gesamten französischen

Zum Studium der Schwere wurden längs des Meridians im Zusammenhang mit den astronomischen Messungen von 1890—1892 Schweremessungen durchgeführt, die im XV. Band des Mémorial du Dépôt de la Guerre 1894 veröffentlicht wurden.

Die Feldarbeiten waren 1895 mit Einschluß der Winkelbeobachtungen, der Basismessungen und der astronomischen Bestimmungen vollständig beendet.

astronomischen Punkte I. u. II. O., die bis 1937 beobachtet und an das Dreiecksnetz angeschlossen wurden, gibt nachstehende Tabelle, die nach den Angaben im „Bulletin Géodésique“, Nr. 53, Jan.-Febr.-März 1937, S. 58 u. 59, aufgestellt wurde.

Tabelle der astronomischen Stationen

a) grundlegende astronomische Stationen:

St. Martin du Tertre	1866	Breite u. Azimut	
Bry-sur-Marne	1884	Breite u. Azimut	
Morlu	1884	Breite u. Azimut	
Châtillon	1885	Breite u. Azimut	
Mont-Valérien	1884, 1885	Breite u.	} u. Längen- unterschied zw. beiden Punkten.
Observatorium von		Azimut	
Montsouris	1885, 1895	Breite	
Observatorium von Paris		besonderer Netzananschluß.	

b) astronomische Hauptpunkte des Meridians von Paris:

Dunkerque	1862	Breite u. Länge
Carcassonne	1864	Breite, Länge u. Azimut
Rodez	1864	Breite, Länge u. Azimut
Saligny-le-Vif	1865	Breite u. Azimut
La Bastide du Haut-Mont	1873	Azimut
Puy-de-Dôme	1876, 1880	Breite, Länge u. Azimut
Rosendaël	1886, 1889	Breite, Länge u. Azimut
Lihons	1888	Breite u. Azimut
Rivesaltes	1891	Breite, Länge u. Azimut
Chevry	1893	Breite u. Azimut
Arpheuille	1895	Breite u. Azimut

c) astronomische Stationen im Zentralmassiv von Frankreich:

La Bosse	1907	Breite u. Azimut
Sermur	1907	Breite u. Azimut
Puy-de-Gué	1907	Breite u. Azimut
Puy d'Ysson	1907	Breite u. Azimut
Puy-de-Bort	1907	Breite u. Azimut
Puy-de-Sancy	1907	Breite u. Azimut
La bastide du Haut-Mont	1907	Breite u. Azimut
Montsalvy	1908	Breite u. Azimut
Le Luguët	1908	Breite u. Azimut
Puy d'Aubassin	1908	Breite u. Azimut

d) astronomische Stationen des Parallels von Paris:

Vaudémont	1909	Breite u. Azimut
Longeville	1909	Breite u. Azimut
Chasséricourt	1909	Breite u. Azimut
Côtes Noires	1909	Breite u. Azimut
Ban-de-Sapt	1905	Breite u. Azimut
Grand	1903	Breite u. Azimut

e) an das Netz I. O. angeschlossene astronomische Observatorien:

Lyon (St. Genis-Laval)	1885
Nice (Mont-Gros)	1887
Marseille	1888

Im Jahre 1898 war der Service Géographique de l'Armée vom Finanzministerium aufgefordert worden, für die Katastervermessungen die gesamte Triangulation wiederherzustellen und ein genügend genaues und dichtes Dreiecksnetz für die Einzelaufnahme zu schaffen. Damit erhielten die Arbeiten für die Festlegung des neuen Meridians von Frankreich einen neuen Auftrieb, zugleich war aber auch der Anstoß für die Erneuerung der französischen Triangulation gegeben, weil der neue Meridian von Frankreich allein für den Aufbau der Folgenetze nicht ausreichte. Da die Katasterarbeiten, insbesondere ihr Anschluß an das Landesdreiecksnetz, nur sehr langsam anliefen und der Finanzminister deshalb bereits 1906 das ursprüngliche Programm sehr zurückschraubte und vereinfachte, kam auch die Gesamttriangulation nur wenig vorwärts. In der Folge förderte jedoch der Service Géographique de l'Armée den Aufbau des neuen Netzes sehr stark, um ausreichende Grundlagen für die Aufnahme der neuen Karte von Frankreich zu schaffen.

Zunächst mußte aber noch der neue Meridian von Frankreich endgültig berechnet und koordiniert werden. Hierzu war es notwendig, die Ausgangskordinaten für den Nullpunkt der Triangulation — Kreuz des Panthéons in Paris — auf Grund der rund um Paris durchgeführten astronomischen Messungen neu zu berechnen, weil die im Jahre 1817 für die Carte d'Etat-Major festgelegten Werte nicht genügend genau waren. Über die Festlegung dieser Ausgangswerte darf weiter unten ausführlicher berichtet werden. Andererseits wurde auch auf Grund der neueren Messungs- und Berechnungsergebnisse an Stelle des Ellipsoides der Ingenieur-Geographen das Clarkesche Ellipsoid von 1880 als Bezugsellipsoid für die Koordinatenberechnung eingeführt. Die Koordinatenberechnung für die Punkte des Meridians sollte sich auf die 1902 veröffentlichte vorläufige Ausgleichung des Meridians stützen. Diese Ausgleichung erfolgte nach Einzelfiguren ohne Berücksichtigung der Basisanschlüsse und wurde zunächst für praktische Zwecke als ausreichend angesehen. Gleichwohl hielt der Service Géographique de l'Armée eine Gesamtausgleichung in einem Guß unter Berücksichtigung der Basisbedingungen in der Folge im Auge, die 1913 auch tatsächlich in Angriff genommen wurde. Die Gesamtausgleichung umfaßte alle Dreiecke des Meridians von Canigou bis Rosendaël und die drei Basen, im einzelnen 92 Stationen, 397 Richtungen, 163 Normalgleichungen. Durch den Ausbruch des Weltkrieges mußte jedoch 1914 diese Arbeit eingestellt werden und kam dann auch

später wegen der Zerstörungen im Nordteil des Meridians infolge der Kriegshandlungen 1914—1918 nicht mehr zum Abschluß.

1921 beginnt ein neuer Abschnitt in der Geschichte des Meridians von Frankreich. In diesem Jahre wurde eine Erkundung des Nordteils des Meridians durchgeführt, der durch den Krieg 1914—1918 schwer gelitten hatte. Hierbei wurde festgestellt, daß die Signale Monchy—le-Preux, Fonquevillers, Nurlu, Lihons und Attiche vernichtet und hiervon die Punkte Fonquevillers und Monchy—le-Preux überhaupt vollständig zerstört worden waren. Bei den hierdurch notwendigen Herstellungsarbeiten, wobei durch Unachtsamkeit auch noch der Punkt Holnou verloren ging, versuchte man gleichzeitig die Lage der Meridiankette in dem zerstörten Teil zu verbessern und auf einen günstigen Anschluß des Füllnetzes I. O., das nach Osten hin aufgepfropft wurde, weitgehend Rücksicht zu nehmen. Ebenso war der Punkt Kimmelberg in Belgien zerstört worden. Hier konnte von einer Neumessung abgesehen werden, weil sämtliche Nachbarpunkte unversehrt erhalten geblieben waren. Für die Neuberechnung wurden daher die alten Beobachtungen in Kimmelberg beibehalten.

Die Wiederherstellungsarbeiten wurden unter der Leitung des Oberstleutnant Georges Perrier durchgeführt, einem Sohn des François Perrier, der 50 Jahre früher mit der Neubearbeitung des Meridians betraut worden war.

Nach Abschluß der Erkundung ging man umgehend an die Signalisierung und Beobachtung, die 1927 beendet wurde. Im Zuge der Wiederherstellungsarbeiten wurde auch noch eine weitere Basis bei Albert (Somme) als Verbindung zwischen den Basen bei Paris und Cassel 1926 gemessen.

Um die Gesamtausgleichung des Meridians nicht bis zur Wiederherstellung des Nordteils zurückstellen zu müssen, entschloß man sich, die Ausgleichung in zwei Teilen durchzuführen.

Auf diese Weise konnte die Ausgleichung des Teilstücks südlich von Paris, das rund $\frac{3}{4}$ der Kette umfaßte und 1914—1918 unverändert erhalten geblieben war, 1923 abgeschlossen werden. Die Ausgleichung des neuen Teilstücks zwischen Paris und Dünkirchen wurde 1928 beendet.

Damit war im wesentlichen die Bearbeitung des Meridians abgeschlossen. Wenn auch die Zeit der Bearbeitung infolge der Unzulänglichkeit der Mittel, der Unterbrechungen infolge besonderer Umstände, durch die Zerstörungen im Weltkriege 1914—1918 außerordentlich lang war, so ist durch die aufgewandte Sorgfalt und die gediegenen Kenntnisse der Sachbearbeiter und durch die Überarbei-

tung nach dem Weltkrieg dennoch ein homogenes Werk von ausreichender Genauigkeit für alle praktischen und wissenschaftlichen Arbeiten geschaffen worden⁵⁾ 6).

2. Bezugsellipsoid und Ausgangswerte für den neuen Meridian von Frankreich

Der Service Géographique sah sich vor der endgültigen Berechnung des neuen Meridians von Frankreich im Jahre 1899 veranlaßt, ein anderes Bezugsellipsoid einzuführen als das, welches die Ingenieur-Geographen von 1817 der Berechnung der alten Triangulation zugrunde gelegt hatten. Zugleich beschloß er, die astronomischen Ausgangselemente, die ebenfalls 1817 für das Kreuz des Panthéon festgelegt worden waren, auf Grund der

⁵⁾ Über die eigentliche Winkelmessung I. O., die hierbei verwendeten Instrumente und Leuchtgeräte sowie über die Gerüstsignale und Punktvermarkung wird durch den Verfasser in weiteren Abhandlungen gesondert berichtet.

⁶⁾ Ebenso bleibt die Beschreibung der französischen Basismessungen und der hierbei verwendeten Apparate einer besonderen Bearbeitung vorbehalten. Die Messung der Basen des Meridians von Paris sind dargestellt im Mémorial du Dépôt de la Guerre, Tome XII, Troisième Partie. Dieser Band enthält neben einer ausführlichen Wiedergabe der Messungs- und Berechnungsergebnisse der Basen von Paris, Perpignan und Cassel auch eine eingehende Beschreibung des verwendeten bimetalischen Basisapparates von Brunner mit zahlreichen Abbildungen. Die Ergebnisse und die Beschreibung der Basismessung von Albert ist veröffentlicht im Mémorial du Service Géographique de l'Armée, Tome III, Premier Fascicule S. 244—253. Die Basis von Albert wurde durch Invardrahtmessung im wesentlichen mit dem heute noch in Frankreich gebräuchlichen Apparat bestimmt. Eine Beschreibung dieses Apparates mit erläuternden Abbildungen ist in der angeführten Veröffentlichung enthalten.

Nähere Angaben über die einzelnen Basen enthält die nachfolgende Zusammenstellung, die einer Mitteilung des Instituts Géographique National entnommen wurde:

Bezeichnung der Basis	Jahr d. Messg.	Basismessgerät	Länge	mittl. Fhl./km
Paris (Juvisy)	1890	Brunnerscher Basisapparat ^{*)}	7 226,792 m	±2,1 mm
Perpignan	1891	"	11 706,694 m	±1,5 mm
Cassel	1892	"	7 392,293 m	±1,5 mm
Lyon	1911	Invar-Basisapparat, Invardrähte	8 481,470 m	±1,23 mm
Salon	1926	Invardrähte	10 854,499 m	±0,69 mm
Amiens (Albert)	1926	"	9 672,130 m	±0,73 mm
Châlons	1926	"	11 685,352 m	±0,71 mm
St. Michel	1938	"	9 402,298 m	±0,25 mm

Hierzu kommen noch die mit dem Bessel-Apparat 1876 gemessene Deutsche Basis bei Oberbergheim und die Belgische Basis von Etalle (Invardrahtmessung 1927).

^{*)} Bimetallischer Basisapparat aus Platin-Iridium und Messing.

zwischen 1884 und 1895 auf den um Paris gelegenen astronomischen Punkten durchgeführten Beobachtungen neu festzulegen⁷⁾.

A. Wahl eines neuen Bezugsellipsoids

Durch das Dépôt Général de la Guerre waren — „par suite d'une confusion“ — ursprünglich zwei Ellipsoide verwendet worden, nämlich das Ellipsoid der Ingenieur-Geographen („Ellipsoide des Ingenieurs-Géographes“), das oft fälschlich als das Ellipsoid der Karte von Frankreich („Ellipsoide de la Carte de France“) bezeichnet wird, und das modifizierte Ellipsoid von Plessis („Ellipsoide de Plessis modifié“), das der Generalstabkarte („Carte d'Etat-Major“) zugrunde liegt.

a) Das Ellipsoid der Ingenieur-Geographen

Das Ellipsoid der Ingenieur-Geographen ist identisch mit dem Delambreschen Ellipsoid und wurde nur so benannt, weil es als Grundlage für die Berechnung der Triangulation der Ingenieur-Geographen verwendet wurde.

Seine Ausmaße sind:

$$\begin{aligned} \text{große Halbachse} & a = 6\,376\,985 \text{ m,} \\ \log a & = 6.804\,6154, \\ \text{Abplattung} & a = 1 : 308,64, \\ \log a & = 7.510\,5450, \end{aligned}$$

damit ergibt sich

$$\begin{aligned} \text{für den Erdmeridianquadranten} & Q = 10\,000\,724 \text{ m,} \\ \text{für die kleine Halbachse} & b = 6\,356\,323 \text{ m} \end{aligned}$$

und für das Quadrat der numerischen Excentrizität

$$\begin{aligned} e^2 & = 0,006\,4695, \\ \log e^2 & = 7.810\,8714. \end{aligned}$$

Delambre berechnete 1817 diese Ausmaße durch Kombination der Meridianbögen von Peru (nach der Bestimmung von Bouguer) und von Paris, der bis Barcelona verlängert worden war und den er selbst gemeinsam mit Méchain gemessen hatte.

b) Das modifizierte Ellipsoid von Plessis

Zur Erleichterung der Konstruktion der Blätter der Generalstabkarte hat der Ingenieur-Geograph Plessis für die Blattecken die rechtwinklig ebenen Bonneschen Koordinaten berechnet und hierfür Tabellen aufgestellt. Dabei nahm er den Erdmeridianquadranten zu 10 000 000 Meter und eine von dem Delambreschen Wert abweichende Ab-

⁷⁾ Die Gründe für diese Maßnahme sind im 1. Kap. des Tome III, Mémorial du Service Géographique de l'Armée, S. 1 ff. niedergelegt. Dieses Kapitel enthält auch eine Zusammenstellung und Diskussion der fundamentalen astronomischen Bestimmungen.

plattung von 1 : 334,29 an. Später wurden dann die Tabellen mit Hilfe von Differentialformeln, die durch Puissant aufgestellt worden waren, auf die Delambresche Abplattung von 1 : 308,64 zurückgeführt, wobei aber die Größe des Erdmeridianquadranten mit 10 000 000 Metern beibehalten wurde. Mit Hilfe dieser berichtigten Tabellen wurden dann die Meridiane und Parallelkreise der Generalstabkarte konstruiert.

Nach dieser Umformung (Modifikation) hat das Ellipsoid von Plessis folgende Ausmaße:

$$\begin{aligned} \text{große Halbachse} & a = 6\,376\,524 \text{ m,} \\ \log a & = 6.804\,5840, \\ \text{Abplattung} & a = 1 : 308,64, \\ \text{Meridianquadrant} & Q = 10\,000\,000 \text{ m,} \\ \text{kleine Halbachse} & b = 6\,355\,863 \text{ m,} \\ \text{Quadrat d. Excentrizität} & e^2 = 0,00646\,95. \end{aligned}$$

Während also die geographischen Koordinaten der Dreieckspunkte auf das Delambresche Ellipsoid bezogen sind, sind die geographischen Koordinaten der Blattecken und der Schnitte der Meridiane und Breitenkreise auf das modifizierte Ellipsoid von Plessis bezogen. Das modifizierte Ellipsoid von Plessis hat dieselbe Abplattung wie das Ellipsoid von Delambre. Hingegen ist der Meridianquadrant von 10 000 724 m auf 10 000 000 m reduziert. Kartographisch entspricht das im wesentlichen einer Maßstabsreduktion von 1 m auf 13,8 km. Diese Reduktion erreicht für Frankreich in der Nord-Südrichtung im Maximum 70 m; für die Höhe eines Blattes der Karte 1 : 80 000 erreicht sie — im Maßstab der Karte — 1/28 mm und kann daher vernachlässigt werden. Sie muß aber immer beachtet werden, wenn ein weit vom Ausgangspunkt entfernter Dreieckspunkt nach seinen Koordinaten in ein Kartenblatt eingetragen werden soll.

c) Einführung des Ellipsoids von Clarke von 1880

Die Nachteile dieser doppelten Koordinierung veranlaßten das Dépôt Général de la Guerre nach der Eroberung von Algerien, für die Berechnung der ersten Triangulation und für die Herstellung der Karten von 1830 bis etwa gegen 1880 in Nordafrika einheitlich das Delambresche Ellipsoid (Ellipsoid der Ingenieur-Geographen) einzuführen. Als dann im Jahre 1881 das Dépôt Général de la Guerre (nachdem schon mehrere vorläufige Karten von Algerien mit verschiedenen Maßstäben veröffentlicht worden waren) beschloß, für Algerien endgültige Kartenwerke in den Maßstäben 1 : 50 000 und 1 : 200 000 zu bearbeiten und hierfür eine vollständige topographische Neuaufnahme anordnete, wurde zugleich das bisher verwendete Ellipsoid aufgegeben und das Clarkesche Ellipsoid von

1880 eingeführt. Diese Maßnahme wurde dadurch ausgelöst, daß in der Zwischenzeit bessere Bestimmungen der Form und Ausmaße der Erde durchgeführt worden waren wie z. B. durch Airy 1830, Bessel 1841, Clarke 1860 und 1880 usw., die alle erheblich und im selben Sinn von den Delambreschen Bestimmungen abwichen.

Die Berechnung für das Clarkesche Ellipsoid von 1880 stützte sich auf 6 Meridian- und 2 Parallelkreisbogen und zwar auf den

1. Meridianbogen von Peru mit einer Ausdehnung von 30° 7'
2. französisch-britischen Meridianbogen mit einer Ausdehnung von 22° 10'
3. russisch-schwedischen Meridianbogen mit einer Ausdehnung von 25° 20'
4. indischen Meridianbogen von Kallio bis Punnoe mit einer Ausdehnung von 21° 29'
5. indischen Meridianbogen von Shapur bis Mangalore mit einer Ausdehnung von 19° 10'
6. südafrikanischen Meridianbogen mit einer Ausdehnung von 4° 37'
7. indischen Parallelkreisbogen von Bombay bis Vizagapatam mit einer Ausdehnung von 10° 31'
8. indischen Parallelkreisbogen von Mangalore bis Madras mit einer Ausdehnung von 5° 24'

Hierbei wurde der Meridian von Peru und von Frankreich mit denselben Werten einbezogen, wie sie Delambre verwendet hat. Da diese Bezugsfläche der wahren Erdfigur wohl besser entsprach als die früheren Berechnungen, entschloß sich der Service Géographique auf Vorschlag des Kapitäns Defforges, das Clarkesche Ellipsoid von 1880 für Nordafrika einzuführen.

Das Clarkesche Ellipsoid von 1880 wurde in der Folge allen geodätischen und kartographischen Arbeiten in Französisch-Nordafrika und in Frankreich selbst zugrunde gelegt. Es wurde auch in Indo-China und bis 1927 in Madagaskar verwendet.

Der Service Géographique berechnet die Erddimensionen nach den von Clarke angegebenen Werten für die beiden Halbachsen, wobei nach den Angaben Clarkes 1 m = 39,370 432 engl. Zoll gesetzt wurde, zu

$$\begin{aligned} a & = 6\,378\,249,2 \text{ m,} \\ \log a & = 6.804\,701\,4832, \\ b & = 6\,356\,515,0 \text{ m,} \\ \log b & = 6.803\,219\,0761, \\ a & = \frac{a-b}{a} = \frac{1}{293,466} = 0,003\,407\,54952, \\ \log a & = 7.532\,442\,1759, \end{aligned}$$

sowie die Quadrate der beiden Exzentrizitäten zu

$$e^2 = a^2 - b^2 = 0,006\,803\,48764,$$

$$\log e^2 = 7.832\,731\,6005$$

$$\text{und } e'^2 = \frac{a^2 - b^2}{b^2} = 0,006\,850\,09215,$$

$$\log e'^2 = 7.835\,696\,4146.$$

Clarke erhielt dabei folgende mittlere Fehler:

$$\text{für } a = \pm 75 \text{ m,}$$

$$\text{für } b = \pm 69 \text{ m,}$$

$$\text{für } a = \pm 1,07.$$

Der Service Géographique hat gleichzeitig für das Clarkesche Ellipsoid eine Hilfstafel mit 8stelligen Logarithmen der Meridian- und Querkrümmungsradien und den Längen der Parallel- und Meridianbögen auf Millimeter herausgegeben. Die Tafel wurde für den Bereich von 0° — 58° und für $10'$ zu $10'$ Breitenminuten berechnet.

B. Ausgangskordinaten und orientierendes Ausgangsazimut

Als Ausgangswerte für die geodätischen Arbeiten der Cassini war für die Breite die Mitte der Südfassade des Zentralbaus des Pariser Observatoriums gewählt worden, während als Fundamentalmeridian der Meridian von Ferro galt, für den durch eine Konvention ein Längenunterschied von 20° westlich Paris festgesetzt worden war. In Wirklichkeit war also der Meridian von Paris der Fundamentalmeridian, der durch die Achse der Südfassade des Zentralpavillons des Observatoriums (erbaut 1667—1672) verläuft und dort auch 1725 sichtbar und dauerhaft durch ein Messinglineal festgelegt wurde.

Die Kommission für die Herstellung der Karte von Frankreich hielt 1817 an dem bisherigen Fundamentalmeridian fest; als Ausgangspunkt für die Längen wählte sie aber das Kreuz des Panthéons. Das Panthéon wurde 1764—1790 auf dem Sainte-Genevière erbaut. Das Kreuz der Kuppel überragt die Stadt und kann infolge seiner regelmäßigen Form, seiner scharfen Silhouette sehr gut von den um Paris liegenden trigonometrischen und astronomischen Punkten angeschnitten werden. Zudem war es bereits von Delambre in den alten Meridian von Frankreich einbezogen und damit der dem Pariser Observatorium zunächst gelegene Hauptdreieckspunkt.

Da es kaum möglich gewesen wäre, auf dem Panthéon selbst astronomische Messungen mit großer Genauigkeit durchzuführen, wurden die Ausgangskordinaten durch eine lokale Triangulation von günstig gelegenen astronomischen Stationen aus übertragen. 1817 wurden hierbei folgende Ausgangselemente angenommen:

Azimut in Panthéon nach Belle Assise

$$305,3315.00^\circ$$

(gezählt von Süd über West)

— dieses Azimut wurde durch eine lokale Triangulation aus Beobachtungen abgeleitet, die Delambre in seinem Observatorium in der Paradiesstraße durchgeführt hatte (Azimutbestimmung mit der Sonne, Aufgang und Untergang) —

Astronomische Breite $54,2742.55^\circ$

— übertragen vom Observatorium von Paris mit $54,2633.39^\circ$ Breite nach Beobachtungen von Mathieu und Arago —

Astronomische Länge $0,0106^\circ$ (ostwärts Paris)

— dies entspricht dem auf trigonometrischen Wege gefundenen Längenunterschied gegenüber der Meridianmarke —

Da in der Folge bedeutende Unsicherheiten in den zugrunde liegenden astronomischen Daten erkannt wurden, die die Größe der Lotabweichung im Ausgangspunkt überschritten, führte der Service Géographique von 1884—1895 neue astronomische Beobachtungen auf mehreren um Paris gelegenen Punkten durch.

Astronomische Beobachtungen des
Service Géographique in und bei Paris
(1884—1895)

Um eine sichere Bestimmung der astronomischen Ausgangswerte für die neue Triangulation zu erhalten und zur Ausschaltung einer etwaigen anormalen Lotabweichung im Koordinatenausgangspunkt wählte der Service Géographique nach sorgsamer Prüfung 6 um Paris gelegene astronomische Stationen aus. Diese Stationen wurden so gewählt, daß sie eine einwandfreie Übertragung der Beobachtungsergebnisse auf das Panthéon gestatteten. Sie liegen gut verteilt im Umkreis des Panthéons, und zwar

Mont-Valérien	etwa 10 km westlich,
Châtillon	„ 8 km südwestlich,
Bry-sur-Marne	„ 13 km ostwärts,
Morlu	„ 18 km nordostwärts,
Saint-Martin du Tertre	„ 30 km nördlich,
und Montsouris	in unmittelbarer Nähe des Nationalobservatoriums.

Die astronomischen Stationen mit Einschuß des Nationalobservatoriums und des Panthéons (mit Ausnahme von Saint-Martin du Tertre) wurden durch eine besondere Triangulation zusammengefaßt, die erstmals 1891 nach Unterteilung in verschiedenen Figuren ausgeglichen wurde. 1922 erfolgte dann eine nochmalige Ausgleichung in einem Guß. Auf den 4 ersten Stationen wurden von 1884—1895 Breiten und Azimut-

messungen, auf Montsouris nur Azimutmessungen durch Ingenieur-Offiziere durchgeführt, während für Saint-Martin du Tertre die 1864 von den Astronomen von Villarceau durchgeführten Breiten- und Azimutmessungen übernommen wurden, die seinerzeit zur Überprüfung der astronomischen Ausgangselemente für die alte französische Triangulation dienten. Die Beobachtungen des Nationalobservatoriums wurden nicht verwendet, sondern durch die Beobachtungen des Observatoriums Montsouris des Service Géographique ersetzt, das nur 1200 m vom ersten entfernt liegt.⁸⁾

Da zwischen dem Panthéon und dem Nationalobservatorium, die ebenfalls nur 1200 m voneinander entfernt liegen, keine astronomische Längenbestimmungen durchgeführt werden, mußte der Längenunterschied des Panthéons gegenüber dem Nullmeridian rein trigonometrisch über das 1922 ausgeglichene Anschlußnetz berechnet werden.

Die auf den verschiedenen Stationen durchgeführten Breiten- und Azimutmessungen sind in einfachster Weise — unter Verzicht auf irgendeine Lotabweichungsausgleichung — mit Hilfe der Anschlußtriangulation auf das Panthéon umgerechnet und gemittelt worden. Hierbei ergaben sich für die Breiten des Panthéons folgende Werte:

über Bry-sur-Marne	54,2735.798 ^s
„ Morlu	36.884
„ Châtillon	33.429
„ Mont-Valérien	39.445
„ Montsouris	36.087
„ Observatoire (nach den Bestimmungen von Villarceau in Saint-Martin)	35.762
oder das einfache Mittel	54,2736. 23 ^s

mit einem mittleren Fehler von $\pm 1,9^{\text{cc}}$ bez. $\pm 0,8^{\text{cc}}$ für die Einzelwerte bez. für den Mittelwert.

Für das Azimut in Panthéon nach Rosny wurden erhalten:

über Bry-sur-Marne	281,6721.44 ^s
„ Morlu	21.16
„ Châtillon	26.50
„ Mont-Valérien	37.65
„ Saint-Martin du Tertre	26.07
oder im Mittel	284,6726.65 ^s

mit einem mittleren Fehler von $\pm 2,8^{\text{cc}}$.

⁸⁾ Die angewandten Beobachtungsmethoden (Breitenbestimmung nach der Methode von Villarceau und Azimutmessungen nach Polsternen) und Beschreibung der verwendeten Instrumente (Meridiankreise von Brunner) bleiben einer gesonderten Betrachtung vorbehalten. Im übrigen darf hier auf Tome III, Mémorial du Service Géographique de l'Armée, S. 13 u. 14, verwiesen werden. Die folgenden S. 15—22 enthalten eine Beschreibung der einzelnen Stationen sowie eine Übersicht und Diskussion der Beobachtungsergebnisse.

Mit diesen Mittelwerten ergeben sich für die astronomischen Stationen in bezug auf das Panthéon die Lotabweichungen ξ und η zu

Saint-Martin	$\xi = -0,4^{\text{cc}}$	$\eta = -1,0^{\text{cc}}$
Morlu	$= +0,7$	$= -5,3$
Mont-Valérien	$= +3,6$	$= +9,0$
Bry-sur-Marne	$= -0,4$	$= -5,1$
Montsouris	$= -0,1$	—
Châtillon	$= -2,8$	$= -0,7$

Diese Werte sind so gering, daß die einfache Mitteilung der Beobachtungsergebnisse gerechtfertigt ist.

Im Jahre 1898 waren für die vorläufige Koordinierung des neuen Meridians durch den Abteilungschef Bourgeois nach vorläufigen Beobachtungsergebnissen auf Montsouris vorläufige Ausgangswerte für die Breite des Panthéon und für das Azimut nach Rosny mit $B = 54,2736.18^\circ$ und $A = 281,6727.28^\circ$ angenommen worden. Da diese Werte nur um $0,05^{\text{cc}}$ bez. $0,72^{\text{cc}}$ von den endgültigen Werten abwichen, entschloß sich der Service Géographique, die vorläufigen Werte als endgültig beizubehalten. Der Längenunterschied zwischen dem Panthéon und dem Nationalobservatorium ergab sich nach der Ausgleichung des Anschlußnetzes zu $L = -0,0106.921^\circ$, während die vorläufige Bestimmung im Jahre 1898 den Wert $-0,0106.93^\circ$ ergeben hatte. Um nun die 3 astronomischen Ausgangswerte in Einklang mit der Ausgleichung des Verbindungsnetzes zu halten, mußte der neue Wert für die Länge beibehalten werden. Damit wurden endgültig für den Ausgangspunkt der neuen französischen Triangulation, für das Kreuz des Panthéons in Paris, folgende astronomische Werte festgesetzt:

Geographische Breite $54,2736. 18^\circ$
Geographische Länge
in bezug auf das Nationalobservatorium — $0,0106.921^\circ$ (ostw. Paris)
Azimut nach Rosny $281,6727. 28^\circ$.

Weiterhin wurde festgesetzt, daß die Lotrichtung, die dieser Breite und Länge entspricht, in diesem Punkt senkrecht auf dem gewählten Bezugsellipsoid (Clarkesches Ellipsoid von 1880) stehen soll. Damit wird die Lotabweichung für das Panthéon gleich Null und die astronomischen Ausgangswerte und das astronomische Orientierungsazimut gleich den entsprechenden geodätischen Werten. Zwischen den Ausgangswerten der neuen und alten französischen Triangulation treten hiernach folgende Abweichungen (im Sinne neu — alt) auf:

in der Breite	$= -6,37^{\text{cc}}$,
in der Länge	$= \pm 0,11$,
im Azimut	$= \pm 5,63$.

3. Netzausgleichung für den Meridian von Frankreich

A. Vorläufige Ausgleichung

Die Koordinatenberechnung für die Punkte des Meridians sollte sich — wie schon oben gesagt — auf die 1902 veröffentlichte vorläufige Ausgleichung des Meridians stützen. Diese Ausgleichung erfolgte nach Einzelfiguren, weil die Ausgleichung sämtlicher Bedingungen in einem Guß zu kompliziert erschien. Hierbei wurden folgende Grundsätze beachtet:

- die Mittel der beobachteten Richtungen und die ihnen entsprechenden Winkel wurden als gleichgewichtig betrachtet und die Ausgleichung nach Winkeln durchgeführt;
- der neue Meridian in seiner ursprünglichen Form stützte sich auf die fundamentale Grundlinie von Paris und die Kontrollbasen von Perpignan und Cassel. Außerdem wurde noch die alte Delambresche Basis von Melun eingehängt. Die Ausgleichung erfolgte ohne Berücksichtigung der Basisanschlüsse. Die Seitenberechnung erfolgte ausschließlich von der Pariser Basis aus. Die gemessenen Werte der Kontrollbasen wurden lediglich mit den errechneten Werten verglichen;
- der neue Meridian wurde in eine bestimmte Anzahl von Figuren, Dreiecke und Polygone unterteilt, die jeweils nur durch eine gemeinsame Seite zusammenhängen und je für sich ausgeglichen wurden.

Ergänzende Bedingungsgleichungen mußten lediglich zur Verbindung der Basis von Melun mit dem neuen Meridian und im Raume um Paris für die Berechnung der Fundamentalkoordinaten in die Ausgleichung eingeführt werden, weil sich diese Verbindungsnetze auf mehrere Seiten des bereits ausgeglichenen Netzes stützten.

Im einzelnen umfaßte die Ausgleichung abgesehen von einer Reihe von Einzeldreiecken folgende Figuren:

- Polygon: Verdrel — Mons en Pevèle — Kimmel — Cassel — Fléchin.
- Viereck: Mont Pagnotte — Attiche — Coivrel — Clermont.
- Viereck: Montgé — Mont Pagnotte — Clermont — Saint-Martin du Tertre.
- Polygon: Montgriffon — Rosny — Belle Assise — Montgé — Saint-Martin du Tertre.
- Viereck: Fontainebleau — Malvoisine — Yèbles — Montgriffon.

- Sechseck: Nibelle — Chevry — Souppes — Fontainebleau — Malvoisine — Blandy — Fromont.
- Viereck: Les Choux — Desportes — Chevry — Nibelle.
- Polygon: Assigny — Bouhy — Montifaux — Fontaines — Les Choux — Desportes.
- Viereck: Humbligny — La Charité — Bouhy — Assigny.
- Polygon: Culan — Le Vilhain — Beaux Vents — Bourges — Saint Amand.
- Viereck: Royère — Puy de Gué — Sermur — Toulx — Sainte Croix.
- Polygon: La Bastide — Puy Violan — Aubassin — Puy de Bort — La Monédière — Meymac — Puy de Gué — Royère.
- Viereck: Rieupeyroux — La Gaste — La Rogière — Montsalvy.
- Polygon: Montredon — Montalet — La Gaste — Puy Saint Georges — Rieupeyroux.
- Viereck: Montredon — Pic Nore — Saint Pons — Montalet.
- Viereck: Bugarach — Mont Canigou — Forceral — Tauch.

Hierzu kamen dann noch die Ausgleichung der Verbindungsnetze für den Anschluß der Basen von Paris, Perpignan, Cassel und Melun, die Ausgleichung von drei Diagonalvierecken zur Verprobung der Basismessung von Perpignan und von fünf weiteren Figuren für den Anschluß der astronomischen Stationen von Bry-sur-Marne, Morlu, Mont-Valérien, der Observatorien von Paris und Montsouris und des Panthéon.

Im übrigen darf wegen der Einzelheiten dieser Ausgleichung, die nur historischen Wert besitzt, auf ihre Veröffentlichung im *Mémorial du Dépôt Général de la Guerre*, Tome XII, 2^e fascicule S. 301—426 hingewiesen werden.

B. Die endgültige Ausgleichung des Meridians von Frankreich

Nachdem schon bald nach der vorläufigen Ausgleichung des Meridians von Frankreich an eine spätere Ausgleichung des Meridians in einem Guß gedacht worden war, wurde 1913 eine solche Ausgleichung in Angriff genommen, mußte aber bei Ausbruch des Weltkrieges eingestellt werden. Da dann durch die Kampfhandlungen einige Punkte im nördlichen Abschnitt des Meridians vollständig zerstört worden waren und man die Gesamtausgleichung bis zur Wiederherstellung der zerstörten

Punkte nicht mehr zurückstellen wollte, entschloß sich der Service Géographique 1922 unter Verzicht auf eine Gesamtausgleichung in einem Guß, eine Ausgleichung in Teilstücken durchzuführen. Hierbei wurde mit der Ausgleichung des südlichen Teilstücks begonnen, das 1871 bis 1892 gemessen worden war und dessen Punkte während des Weltkrieges unverändert geblieben waren.

a) Ausgleichung des südlichen Teilstücks des Meridians

Das südliche Teilstück des Meridians von Frankreich ist im Süden durch die Seite Mont Canigou—Forceral und im Norden durch die Seite Saint-Martin du Tertre—Montgé, die etwa 25 km nördlich von Paris liegt, begrenzt. Es ist eingerahmt von den Grundlinien Perpignan und Paris (Juvisy), vgl. Abb. 4, 5, 6 und 7.

Die Ausgleichung des südlichen Teilstücks umfaßt in einem Guß die eigentliche Meridiankette und die Verbindungsnetze für den Anschluß der beiden Grundlinien von Paris und Perpignan und zwar im einzelnen folgende Figuren:

- Fig. 1 Basisanschluß-Netz Perpignan, Vernet, Salces, Espira, Forceral, Tauch.
- 2 Diagonalen-viereck Forgeral, Mt. Canigou, Tauch, Bugarach.
 - 3 Dreieck Tauch, Bugarach, Alaric.
 - 4 Dreieck Bugarach, Alaric, Carcassonne.
 - 5 Dreieck Alaric, Carcassonne, Pic Nore.
 - 6 Dreieck Alaric, Pic Nore, St. Pons.
 - 7 Diagonalen-viereck Pic Nore, St. Pons, Montalet, Montredon.
 - 8 Polygon Montalet, Montredon, Cambatjou, La Gaste, Puy St. Georges, Rieupeyroux.
 - 9 Diagonalen-viereck La Gaste, Rieupeyroux, La Rogière, Montsalvy.
 - 10 Dreieck Rieupeyroux, Montsalvy, La Bastide du Haut Mont.
 - 11 Dreieck Montsalvy, La Bastide du Haut Mont, Puy Violan.
 - 12 Polygon La Bastide, Puy Violan, Aubassin, Puy de Bost, La Monédière, Meymac, Puy de Gué, Royère.
 - 13 Diagonalen-viereck Puy de Gué, Royère, Sermur, Toulx-St. Croix.
 - 14 Dreieck Sermur, Toulx-St. Croix, Arpheuille.
 - 15 Dreieck Toulx-St. Croix, Arpheuille, Culcan.

- Fig. 16 Dreieck Arpheuille, Culcan, Le Vilhain.
- 17 Polygon Culcan, Le Vilhain, St. Amand, Bourges, Beaux-Vents.
 - 18 Dreieck Bourges, Humbligny, Beaux-Vents.
 - 19 Dreieck Humbligny, La Charité, Beaux-Vents.
 - 20 Diagonalen-viereck Humbligny, La Charité, Assigny, Bouhy.
 - 21 Polygon Assigny, Bouhy, Montifaux, Fontaines, Les Choux, Desportes.
 - 22 Diagonalen-viereck Les Choux, Desportes, Chevry, Nibelle.
 - 23 Polygon Chevry, Nibelle, Souppes, Fromont, Blandy, Fontainebleau, Malvoisine.
 - 24 Diagonalen-viereck Fontainebleau, Malvoisine, Yèbles, Montgriffon.
 - 25 Dreieck Yèbles, Montgriffon, Belle Assise.
 - 26 Polygon Montgriffon, Rosny, Belle Assise, Montgé, St.-Martin du Tertre.
 - 27 Verbindungsnetz für den Anschluß der Pariser Grundlinie.

Demnach erstreckt sich also die Ausgleichung über die Verbindungsnetze für den Anschluß der Grundlinien von Paris und Perpignan sowie über 12 einfache Dreiecke, 7 Diagonalenvierecke, 1 Viereck mit 1 Zentralpunkt u. 1 Diagonale, 1 Fünfeck mit 1 Zentralpunkt u. 3 Diagonalen, 1 Sechseck mit 1 Zentralpunkt und 3 weitere komplizierte Figuren.

Die eigentliche Meridiankette des südlichen Teilstücks zählt 53 Dreieckspunkte. Dazu kommen noch die beiden Festlegungen der Pariser Basis sowie die Basisnetzpunkte Espira, Châtillon und Butte Chaumont. Die Ausgleichung wurde nach Richtungen durchgeführt, wobei alle Richtungen als gleichgewichtig betrachtet wurden. Insgesamt wurden hierbei 131 Bedingungsgleichungen (darunter befindet sich eine Gleichung für die Abstimmung der beiden Teilstücke der Pariser Basis und die Basisgleichung Paris—Perpignan) einbezogen und 316 Richtungsverbesserungen bestimmt. Die größte Verbesserung erreichte hierbei 3,87^{cc}, und zwar für die Richtung Châtillon—Belle Assise. 5 Richtungsverbesserungen, die sämtlich dem Pariser Verbindungsnetz angehören, überschreiten 2^{cc}.

Im Anschluß an die Ausgleichung des südlichen Teilstücks des Meridians wurden noch eine Anzahl von Einzelpunkten oder Punktgruppen durch Ergänzungsberechnungen eingeschaltet, und zwar:

- a) vier astronomische Stationen (Rivesaltes, Rodez, le Puy de Dôme, Saligny le Vif) längs des Meridians;
- b) vier astronomische Stationen um Paris (Morlu, le Mont Valérien, Montsouris und Bry-sur-Marne; die fünfte astronomische Station um Paris — Châtillon war bereits in die Ausgleichung des Meridians einbezogen);
- c) das Observatorium von Paris, als Ausgangspunkt für die Längenzählung;
- d) das Panthéon als Koordinatenausgangspunkt;
- e) die beiden Basisendpunkte Lieusant und Melun der Basis von Delambre.

Zur Einrechnung dieser Punkte mußten 6 Ergänzungsfunktionen im Anschluß an den eigentlichen Meridian noch für sich ausgeglichen werden, nämlich:

1. das Anschlußdreieck der astronomischen Station von Rivesaltes an die Seite Espira — Forceral;
2. das Anschlußdreieck der astronomischen Station von Rodez (Camounil) an die Seite La Rognière — Montsalvy;
3. das Anschlußdreieck für die astronomische Station Puy de Dôme;
4. die Anschlußfigur (2 Dreiecke) für die astronomische Station von Saligny;
5. das Verbindungsnetz für den Anschluß der Basis von Melun;
6. der Anschluß für das Panthéon und für die vier um Paris gelegenen astronomischen Stationen. (Abb. 8)

Damit umfaßte das südliche Teilstück insgesamt 73 Punkte mit 384 auszugleichenden Richtungen.

Im Tome III, Mémorial du Service Géographique de l'Armée, S. 71—87, sind für diese 73 Punkte (einschließlich des Panthéons, obwohl dort keine Beobachtungen durchgeführt wurden) die beobachteten und auf die Zentren bezogenen Richtungen zusammengestellt, die mit ganz wenig Ausnahmen unverändert der Veröffentlichung in Tome XII des Mémorial du Dépôt Général de la Guerre, S. 45—235 und 294—297, entnommen werden konnten. Die Zusammenstellung umfaßt insgesamt 384 Richtungen, die von 1—384 durchnummeriert wurden. Den beobachteten Richtungen sind noch die Verbesserungen wegen der Höhen der Zielpunkte und für die Reduktion der Normal-schnitte auf die geodätischen Linien sowie die so verbesserten endgültigen Richtungen beige-schrie-

ben, die in die Ausgleichung eingeführt wurden. Die Höhenverbesserung wurde hierbei aus

$$\delta = + \frac{e^2}{2N} \frac{H}{\sin 1''} \cos^2 B \sin 2Z$$

und die Azimutverbesserung δ' aus

$$\delta' = - \frac{e^2}{2a} \frac{1}{\sin 1''} \frac{S^2}{6N} \cos^2 B \sin 2Z$$

berechnet, wobei

e^2 das Quadrat der Exzentrizität,

N den Normalkrümmungsradius für die Breite B der Station,

Z das Azimut der zu reduzierenden Seite, gezählt von Süd über West,

H die Höhe des Zielpunktes über dem Meeresspiegel in Meter

und S die Länge der Seite in Meter bedeuten.

Die größte Verbesserung wegen der Höhe der Zielpunkte ergab sich für die Richtung Forceral — Canigou (das Signal Canigou liegt 2725 m über dem Meeresspiegel) mit $0,50''$, während die größte Verbesserung zur Reduktion der Normalschnitte auf die geodätische Linie (für die Seite Le Rognière — Rieupeyroux) $0,017''$ erreichte.

Vor der Ausgleichung wurden die Reduktionen der Grundlinien auf das Meeresniveau neu berechnet, wobei statt der mittleren Meereshöhe jeweils die mittleren Höhen der einzelnen 4-m-Meßstangen und der ellipsoidische Krümmungsradius R_z für das Azimut der Grundlinien eingeführt wurden. Die Reduktion erfolgte nach der Formel

$$L_0 = L \left(1 - \frac{H_m}{R_z} + \frac{H_m^2}{R_z^2} \right)$$

Im Anschluß an die Zusammenstellung der beobachteten Richtung gibt Tome III auf Seite 89—105 die 131 Bedingungsgleichungen für die Ausgleichung der Meridiankette (wobei die Absolutglieder meist dem Tome XII entnommen werden konnten) und auf Seite 106—110 auf 5 Dezimalstellen der Neusekunden die endgültigen Richtungsverbesserungen. Von den 316 Richtungsverbesserungen liegen 50% unter $0,5''$, 33% zwischen $0,5''$ und $1,0''$, 15% zwischen $1,0''$ und $2,0''$, 2% zwischen $2,0''$ und $3,0''$, während eine Verbesserung, wie schon oben angegeben den Maximalbetrag von $3,87''$ erreicht.

S. 111—120 gibt die Bedingungsgleichungen für die Ausgleichung der Ergänzungsfunktionen zum Anschluß der astronomischen Figuren und die entsprechenden endgültigen Richtungsverbesserungen. Auf Seite 121—160 und Seite 161—171 sind noch die Dreiecke mit den beobachteten Winkeln, den sphärischen Exzessen, den Dreiecksschlußfehlern, den endgültigen Winkelverbesserungen und den

endgültigen Winkeln für den eigentlichen Meridian und für die Ergänzungsfunktionen zusammengestellt. Für den eigentlichen Meridian liegen von 134 Dreiecksschlußfehlern

- 12% unter $0,5''$,
- 11% zwischen $0,5''$ und $1,0''$,
- 32% zwischen $1,0''$ und $2,0''$,
- 15% zwischen $2,0''$ und $3,0''$,
- 30% über $3,0''$.

Den Abschluß der Veröffentlichung über die Ausgleichung des Südteils des Meridians bilden die Seiten 173—175 mit den geographischen Koordinaten der 73 Punkte I. O. (einschl. der astronomischen Punkte) und S. 176—189 mit den endgültigen Azimuten und Längen aller Dreiecksseiten. Bei der Diskussion der Beobachtungsergebnisse kann zunächst der endgültige Wert der Basis von Perpignan von 11 706,694 m mit dem Wert 11 706,398 m verglichen werden, den seinerzeit Delambre bestimmt hat. Dabei ergibt sich eine verhältnismäßig gute Übereinstimmung von 0,296 m oder 1:40 000 ihrer Länge. Ganz vorzüglich ist weiterhin die Übereinstimmung des aus der Neuausgleichung ermittelten Wertes der Basis von Melun (11 842,148 m) mit der direkten Messung von Delambre (11 842,150 m). Dies Ergebnis ist besonders bemerkenswert, weil der Meridian von Delambre, auf dem die gesamte Triangulation der Ingenieur-Geographen aufbaut, sich einzig und allein auf diese Basis stützt. Die Genauigkeit der Winkel-messung zeigen die nachstehenden mittleren Fehler. Die Winkelbeobachtung auf dem südlichen Teilstück des Meridians erfolgte ausschließlich nach Richtungssätzen (Méthode des tours d'horizon), wobei im allgemeinen 20 Sätze beobachtet wurden. Hierbei wurden für jede Station die mittleren Fehler einer einmal gemessenen Richtung und des arithmetischen Mittels berechnet. Leider hat man bei dieser Berechnung den Fehler der Anfangsrichtungen nicht eliminiert, ihn aber bei der Diskussion der Beobachtungsmethode mit einem mittleren empirischen Wert berücksichtigt. Mit dieser Annäherung fand man den mittleren Fehler (l'erreur moyenne quadratique — e. m. q. —) für die einmal beobachtete Richtung zu $\pm 3,1''$ oder für den einmal beobachteten Winkel zu $\pm 4,5''$ und durch Division durch $\sqrt{20}$ den mittleren Fehler einer stationsausgeglichenen Richtung zu $\pm 0,7''$.

Nach der Formel von Ferrero ergeben sich für den eigentlichen Meridian, für die Einzelfiguren zum Anschluß der astronomischen Stationen, für das Anschlußnetz der Basis von Melun und für die Anschlußfigur der um Paris gelegenen astronomischen Stationen und des Panthéons, die in der nach-

folgenden Tabelle zusammengestellten mittleren Richtungsfehler m_1 , die aus den entsprechenden Winkelfehlern durch Division mit $\sqrt{2}$ gefunden wurden. Diesen Werten sind die entsprechenden mittleren Fehler m_2 aus der Netzausgleichung gegenübergestellt.

Diese Werte wurden berechnet aus

$$m = \pm \sqrt{\frac{ww}{3n}}, \quad m_1 = \pm \frac{m}{\sqrt{2}} \quad \text{und} \quad m_2 = \pm \sqrt{\frac{[vv]}{r}}$$

wobei w die Dreiecksschlußfehler,

n die Zahl der Dreiecke,

v die Richtungsverbesserungen

und r die Anzahl der Bedingungsgleichungen bedeuten.

Zusammenstellung der mittleren Richtungsfehler

Figur	Zahl der Dreiecke n	Mittl. Richtungsfehler n. Ferrero m_1	Zahl der Richtungsverbesserungen v	Zahl der Bedingungs-gleichg. r	Mittl. Richtungsfehler n.d. Netzausgl. m_2
Meridiankette	130	1,19 ^{cc}	308	131	1,26 ^{cc}
Rivesaltes	1	1,16	4	1	1,41
Rodez	1	0,14	4	1	0,17
Puy-de-Dôme	1	0,21	4	1	0,26
Saligny	1	1,02	5	2	0,88
Basisnetz v. Melun	12	1,58	19	13	2,24
Pariser Anschlußnetz	13	1,28	35	18	1,68
Gesamtes Netz	159	1,22	379	167	1,41

Damit ergibt sich im Durchschnitt ein mittlerer Fehler einer beobachteten Richtung mit dem Gewicht 20 von rd. 1 Neusekunde, bez. 0,3 Altsekunden. Dies beweist, daß der Meridian mit Sorgfalt gemessen wurde und daß die verwendeten Instrumente (Azimutalkreise von Brunner Nr. 1 und 2, mit 42-cm-Teilkreisen und 4 Ablesemikroskopen) allen Anforderungen entsprachen.

b) Die Ausgleichung des nördlichen Teilstücks des Meridians von Saint-Martin du Tertre bis zur Kanalküste

Das nördliche Teilstück des Meridians umfaßt in seiner endgültigen Form nach der Wiederherstellung in den Jahren 1921—1927

2 Diagonalenvierecke,

1 Sechseck mit einem Zentralpunkt (Lihons) und einer Diagonalen,

1 Fünfeck mit einem Zentralpunkt (Monchyle-Preux),

1 zweites Fünfeck mit 4 Diagonalen und

1 einfaches Dreieck.

Diese Figuren sind miteinander jeweils durch eine gemeinsame Seite verbunden. Das Zentralsystem Lihons wird im Norden noch ergänzt durch das Basisnetz von Albert, während das Basisnetz von Cassel den nördlichen Abschluß des Meridians bildet. In die Ausgleichung wurde weiterhin noch das Dreieck Cassel—Fléchin—les Harlettes einbezogen. Die Seite Cassel—les Harlettes ist die Ausgangsseite der Verbindungskette, durch die 1862 das französische Dreiecksnetz (Anschlußpunkte Gravelines, St. Ingevert und Mt. Lambert) an das englische Netz (Anschlußpunkte St. Peters, Coldham und Fairlight) angeschlossen wurden. Durch diese Maßnahme wurde der Zusammenschluß des neuen Meridians mit dem englischen Netz gewahrt.

Zur Wiederherstellung des im Weltkrieg 1914—1918 zerstörten Teilstücks des Meridians wurde 1921 die Erkundung aufgenommen. Hierbei sollte nicht starr an dem alten Meridian festgehalten, sondern vielmehr versucht werden, einen eleganten Anschluß des Parallels von Amiens zu erreichen, weil mit dem Ersatz der zerstörten Meridianpunkte Monchy-le-Preux und Fouquevillers zugleich die zerstörten Punkte Hebuterne und Villers Bretonneux des Parallels von Amiens ersetzt werden mußten. Dieser Anschluß gelang durch die Einschaltung von zwei neuen Punkten (Mailly-Maillet und Hamellett) vorbildlich, wobei der Punkt Mailly-Maillet die beiden zerstörten Punkte Fouquevillers und Hebuterne sehr schön ersetzte. Der Punkt Mouchy-le-Preux wurde in der Nähe des alten Punktes neu bestimmt. Beim Bau der Signale ergab sich die Notwendigkeit einer nochmaligen Überprüfung des Meridians, weil durch die Entfernung der Vermarkung des Punktes Holnon auch dieser Punkt wiederhergestellt werden mußte. Späterhin (1927) wurde zur Versteifung des Meridians und zur Sicherstellung des französisch-belgischen Anschlusses noch der Punkt Avesnes-le-Sec eingeschaltet (S. Abb. 9 u. 10).

1923 und 1924 konnten die Beobachtungen auf Lihons, Monchy-le-Preux, Mailly-Maillet, Hamellett, Mons-en-Pévèle, Verdell, Nurlu, Attiche und Holnon durchgeführt und abgeschlossen werden. Damit war der Meridian an und für sich wiederhergestellt. Bevor man aber an die Ausgleichung des nördlichen Teilstücks ging, wurde die 1892 bei Cassel gemessene Basis einer eingehenden Nachprüfung unterzogen. Ein Vergleich dieser Basis mit der Grundbasis von Juvisy nach der seinerzeitigen vorläufigen Ausgleichung ergab einen Unterschied von 0,126 m. Da die Basis von Cassel nur einmal in 2 Teilstücken gemessen worden war und weil

auch der Vergleich für beide Teilstücke nicht ganz befriedigte, gab diese geringe Differenz den Anlaß, daß man dieser Basis wenig vertraute und zunächst versuchte, diese Basis durch eine neue Basis zu ersetzen. Nach verschiedenen wenig befriedigenden Versuchen zur Erkundung einer Basis im Norden des Meridians wurde unter Beibehaltung der alten Messung der Basis Cassel eine neue Basis bei Amiens in der Kreuzung der beiden Hauptketten, des Meridians und der Parallele von Paris, erkundet. Diese Lösung bot viele Vorteile in bezug auf die seinerzeit dort stattgefundenen Katastermessungen, im Hinblick auf die Ausgleichung des nördlichen Teilstücks des Meridians und mit Rücksicht auf den französisch-belgischen Anschluß. Zum Anschluß dieser Basis an den Meridian wurden 1927 Winkelbeobachtungen auf den beiden Basisendpunkten und auf Hamellett, Lihons, Mailly-Maillet und zur Versteifung des Meridians auch noch auf Coivrel, Nurlu und Avesnes-le-Sec durchgeführt. Durch die Einschaltung von Avesnes-le-Sec wurde mit den zwei belgischen Punkten Bon Secours und Mont St. Aubert durch eine Kette von drei einfachen Dreiecken bis zum Kemmelberg ein guter Zusammenschluß mit dem belgischen Netz erreicht. Die Basis von Albert wurde 1926 mit Invardrähten (Verfahren nach Carpentier) gemessen. Wegen der Einzelheiten der Basismessung von Albert und dem Verfahren bei der Winkelmessung I. O. sowie der hierbei verwendeten Instrumente, darf auf die schon oben angegebene gesonderte Abhandlung hingewiesen werden.

Die Einschaltung der Basis von Albert unterteilte das nördliche Teilstück des Meridians längs der Seite Mailly-Maillet, so daß die Ausgleichung in zwei getrennten Teilen durchgeführt werden konnte, die in Abb. 11 u. 12 dargestellt sind. Das erste Teilstück umfaßt den Meridian zwischen Saint-Martin du Tertre und Montgé — diese Seite wurde unverändert aus der Ausgleichung des südlichen Teilstücks des Meridians übernommen — und der Basis von Albert mit 13 Dreieckspunkten. Seine Ausgleichung umfaßt 26 Bedingungsgleichungen (und zwar 18 Dreieckssummengleichungen, 7 Seitengleichungen und die Basisanschlußbedingung) mit 60 Richtungsverbesserungen. Das zweite Teilstück erstreckt sich zwischen der Seite Mailly-Maillet, Nurlu und der Basis von Cassel. Die Ausgleichung dieses Teilstücks umfaßt 15 Dreieckspunkte, 65 Richtungen und 26 Bedingungsgleichungen (18 Dreiecks- und 7 Seitenbedingungen und 1 Basisanschlußbedingung).⁹⁾

⁹⁾ Diese beiden Ausgleichungen sind wiederum im Tome III, Service Géographique de l'Armée, S. 255—316, zusammen-

Für das nördliche Teilstück des Meridians ergab sich aus den Stationsausgleichungen im Durchschnitt ein mittlerer Fehler für die einmal beobachtete Richtung von $\pm 3,7''$ oder von $\pm 0,9''$ für die stationausgeglichene Richtung. Obgleich für diesen Teil die Beobachtungen zeitlich sehr weit auseinanderliegen und nach drei verschiedenen Methoden durchgeführt wurden (1887—1889 Richtungsbeobachtungen, 1923 u. 1924 Winkelmessung in allen Kombinationen nach Schreiber, 1927 Winkelmessung unter Anschluß an ein Hilfsziel), sind die Messungen, wie die entsprechenden mittleren Fehler der einmal beobachteten Richtungen ($\pm 3,6''$, $\pm 3,8''$, $\pm 3,9''$) zeigen, absolut gleichwertig. Nach der Formel von Ferrero ergibt sich für das Teilstück zwischen Saint-Martin und Albert ein mittlerer Winkelfehler von $\pm 2,12''$ und für das Teilstück zwischen Albert und Cassel von $\pm 1,89''$. Die entsprechenden mittleren Richtungsfehler sind $\pm 1,5''$ bez. $\pm 1,3''$. Nach den beiden Netzausgleichungen ergaben sich die entsprechenden Richtungsfehler zu $\pm 1,92''$ und $\pm 1,75''$. Damit ist der mittlere Richtungsfehler im nördlichen Teilstück des Meridians etwa $\pm 1,4''$, also etwas größer als im südlichen Teilstück. Diese Ergebnisse sind insofern bemerkenswert, weil im südlichen Teilstück viele Bodenpfeiler, im nördlichen hingegen fast durchweg Gerüstbauten mit 20—30 m Beobachtungshöhe verwendet wurden.

II. Parallel Paris Ost (Abb. 13)

Die Beschreibung der folgenden Ketten darf unter Hinweis auf die Netzbilder sehr kurz gefaßt werden. Die Darstellung der Ausgleichung stützt sich weitgehend auf einen Bericht des I. G. N. vom 13. 1. 1942. Eine amtliche französische Veröffentlichung der Beobachtungs- und Berechnungsergebnisse für diese Ketten liegt noch nicht vor.

Der Parallel Paris Ost wurde in den Punkten Yèbles, Fontainebleau und Souppes an den Meridian von Paris angeschlossen und bis zur deutsch-französischen Grenze durchgeführt. Nach einer früheren vorläufigen Berechnung dieser Parallel-

gestellt. Hierbei enthalten die Seiten 257—267 die Ergebnisse der Winkelmessung einschl. der Verbesserung wegen der Höhe der Zielpunkte und der Normalschnitte auf die geodätische Linie. Die Seiten 271—281 bringen die Bedingungsgleichungen und die endgültigen Richtungsverbesserungen für das erste Teilstück, die Seiten 283—293 jene für das zweite Teilstück. Seite 295—307 bringt die Dreieckszusammenstellung mit den sphärischen Excessen, den Winkelverbesserungen, den ausgeglichenen Winkeln und Seitenlogarithmen. Die geographischen Koordinaten sämtlicher Punkte des nördlichen Teilstücks sind noch auf S. 309 u. 310, die Azimute und endgültigen Längen der Dreiecksseiten auf S. 311—316 zusammengestellt.

kette, ausgehend vom Meridian von Paris bis zur deutsch-französischen Grenze von 1870, wurde 1927 u. 1928 eine endgültige Ausgleichung und Berechnung auf Grund der französischen Beobachtung von 1898 und 1903 und der preußischen Landesaufnahme von 1875—1877 durchgeführt. Die endgültige Ausgleichung erfolgte nach Bedingungsgleichungen und die Auflösung der Normalgleichungen nach dem Gaußschen Algorithmus.

Sie zerfällt in drei Teile, und zwar:

- a) Ausgleichung des Vergrößerungsnetzes der Basis Châlos-sur-Marne und Ableitung der Hauptdreiecksseite Sompuis—Bassu;
- b) Ausgleichung des Vergrößerungsnetzes der Basis Oberbergheim und Ableitung der Hauptdreiecksseite Belchen—Grand Ballon;
- c) Ausgleichung der eigentlichen Parallelkette, wobei die beiden Anschlußseiten an den Meridian von Paris (Souppes—Fontainebleau und Fontainebleau—Yèbles und die Anschlußwinkel sowie die Seiten Sompuis—Bassu und Belchen—Grand Ballon als unveränderlich eingeführt wurden.

III. Parallel von Avignon (Abb. 14)

Der Parallel von Avignon geht von den Punkten Lagaste, Combatjou, Montalet und Saint-Pons des Meridians von Frankreich aus und führt über Avignon und die Basis von Salon zur französisch-italienischen Grenze. Seine Ausgleichung wurde 1926—1928 auf Grund der Beobachtungen von 1887 u. 1888, 1910, 1914 und 1924 u. 1925 ebenfalls in drei Teilen durchgeführt.

Sie zerfällt in:

- a) Ausgleichung des Vergrößerungsnetzes der Basis von Salon;
- b) Ausgleichung des Teilstücks zwischen dem Meridian von Paris und dem Vergrößerungsnetz der Basis von Salon. Hierbei wurden die Anschlußseiten von dem Meridian von Paris (Lagaste—Combatjou, Combatjou—Montalet, Montalet—St. Pons) und die Anschlußwinkel, wie die Anschlußseiten des Basisnetzes von Salon (Moulin Baguet—Grand Montagné und Grand Montagné—Mont Ventoux) als unveränderlich eingeführt und im übrigen die Ausgleichung wie unter II durchgeführt;
- c) Ausgleichung des Teilstücks zwischen der Seite Mont Ventoux—Lubéron des Basisnetzes von Salon und der französisch-italienischen Grenze.

IV. Parallel von Lyon (Abb. 15)

Der Parallel von Lyon ist in den Punkten Sermur, Puy de Gué und Puy de Bort an den Meridian

von Paris angeschlossen und führt über Lyon ebenfalls bis zur französisch-italienischen Grenze. Er wurde 1926—1928 auf Grund der Beobachtungen von 1903 u. 1904 und 1926—1928 ausgeglichen. Die Ausgleichung umfaßt:

- die Ausgleichung des Vergrößerungsnetzes der Basis von Lyon und die Ableitung der Hauptdreiecksseite Grand Colombier—La Charpenne;
- Ausgleichung des Teilstücks zwischen dem Meridian von Paris und dem Basisnetz von Lyon, wobei die Anschlußseiten an den Meridian von Paris (Puy de Bort—Puy de Gué, Puy de Gué—Puy de Dôme) und die Anschlußwinkel sowie die Seite Grand Colombier—La Charpenne als unveränderlich betrachtet wurden;
- Ausgleichung des Teilstücks zwischen den Seiten Grand Colombier—La Charpenne und der französisch-italienischen Grenze.

V. Parallel Paris West

Die Parallelkette Paris West wurde 1941 mit Zwangsanschluß an den Meridian von Paris (Anschlußseiten Malvoisine—Blandy, Blandy—Nivelle) vorläufig berechnet. Im einzelnen wird auf den Parallel Paris West bei der Darstellung der Arbeiten I. O. der deutschen Heeresvermessung näher eingegangen werden.

Die sekundären Hauptdreiecksketten

I. Die Verbindungskette „Hosenträger“ Nordost

Diese Kette umfaßt den Parallel Amiens Ost und das nördlichste Teilstück des Meridians von Lyon. Ursprünglich sollte der Parallel von Amiens als eine eigentliche Hauptkette betrachtet werden. 1930 wurde daher eine vorläufige Ausgleichung des östlichen Teiles dieses Parallels durchgeführt. Diese Berechnung umfaßte:

- den eigentlichen Parallel zwischen den unveränderlichen Seiten Nurlu—Holnon und Holnon—Attiche des Meridians von Paris und die Seite Signy Montlibert—Aulier;
- den Anschluß der Seite Signy Montlibert—Aulier an das Dreieck Aulier—Rulles—Arlon, das an die belgische Basis von Etalle angeschlossen wurde.

Da nach dieser Berechnung der nördliche Teil des Meridians von Lyon zwischen dem Parallel von Amiens und dem Parallel Paris West mit einer Gesamtlänge von rund 100 km einen Anschlußzwang von 6 m hätte übernehmen müssen, wurde der Parallel Amiens Ost und das anliegende Teilstück des Meridians von Lyon zum „Hosenträger“ Nord-

ost zusammengefaßt und dieser als sekundäre Hauptkette in das Hauptnetz eingeschaltet.

Die Ausgleichung der sekundären Hauptketten erfolgte nach Koordinaten nach der Methode der vermittelnden Beobachtungen (par le méthode des variations des coordonnées, méthode de Legendre) mit Zwangsanschluß an die vorliegenden eigentlichen Hauptketten.

Bei der Ausgleichung der nordöstlichen Verbindungskette (Bretelle Nord Est) wurden die Koordinaten der Anschlußpunkte (Bassu, Longeville, Menil la Horgue und Bruley) an den Parallel Paris Ost und (Nurlu, Holnon, Attiche) an den Meridian von Frankreich, sowie die von Belgien festgelegten Elemente des Dreiecks Aulier—Rulles—Arlon als unveränderlich beibehalten.

II. Meridian von Lyon

Der Meridian von Lyon gliedert sich in vier Teilstücke:

- das nördliche Teilstück, das der Verbindungskette Nordost angehört;
- das mittlere Teilstück zwischen den Seiten Moncel—Vaudémont und Vaudémont—Essey des Parallels Paris Ost und Montellier—Grand Colombier des Parallels von Lyon. Dieses Teilstück wurde 1927 vorläufig wie eine Hauptkette im Anschluß an den Parallel Paris-Ost nach den bedingten Beobachtungen ausgeglichen und dann 1930 endgültig mit Zwangsanschluß an Moncel, Vaudémont, Essey, Montellier, Grand Colombier nach Koordinaten ausgeglichen;
- das südliche Teilstück zwischen dem Parallel von Lyon und dem Parallel von Avignon, das 1929 ebenfalls nach Koordinaten mit Zwangsanschluß an die Punkte Charpenne und Granier des Parallels von Lyon und Ventoux-Lure des Parallels von Avignon ausgeglichen wurde;
- das südlichste Teilstück zwischen dem Parallel von Avignon (Anschlußseite Les Houpiès-Lure) und dem Mittelmeer, das nach bedingten Beobachtungen ausgeglichen wurde.

III. Parallel Bourges Ost

Dieser Parallel erstreckt sich zwischen Meridian von Paris (Anschlußseiten La Charité—Beaux Vents und Beaux Vents—Le Vilhain) und dem mittleren Teilstück des Meridians von Lyon (Anschlußseite Pierre—La Serre). Die Beobachtung des Parallels Bourges Ost wurde 1935 u. 1936, die Ausgleichung 1937 nach Koordinaten mit Zwangsanschluß durchgeführt.

IV. Teilstück des Parallels Amiens West

Das Teilstück des Parallels Amiens West wurde auf Grund der Beobachtung aus den Jahren 1899, 1924 und 1929 nach Bedingungsgleichungen 1929 ausgeglichen und im Anschluß an den Meridian von Paris koordiniert.

Wegen des Standes der Beobachtungs- und Rechnungsarbeiten des Füllnetzes I. O. und der Folge-netze wird auf die alljährlich vom Institut Géographique National herausgegebene Übersicht „Nouvelle Triangulation de la France“ verwiesen.

Schluß

Die Bearbeitung der neuen französischen Triangulation bis zum Kriegsausbruch 1939 beschränkte sich im wesentlichen auf den Raum ostwärts des Meridians von Paris. Daher steht z. Z. für das westliche Frankreich lediglich die alte Triangulation der Ingenieur-Geographen mit all ihren Mängeln zur Verfügung. Mit Rücksicht hierauf

wurden auf Weisung des OKH, KrKuVermChef, 1941—1942 durch das Institut Géographique National der Parallel Paris West bis St. Michel, der Parallel Rochefort und der Parallel Toulouse als eigentliche Hauptketten erkundet, bebaut und beobachtet. Diese Parallelketten wurden durch die Basen von St. Michel, La Rochelle und Dax und durch die Laplaceschen Punkte auf Chaussey, Chadenac und Dax versteift, wobei die astronomischen Messungen auf Chadenac und Dax noch ausstehen. 1942 wurde der Parallel Paris West durch die deutsche Heeresvermessung bis Brest verlängert und die Seiten- und Richtungsübertragung durch die Einschaltung einer Basis bei Brest und durch astronomische Messungen gesichert. Den Abschluß der neuen französischen Hauptketten bildet der Meridian von Bordeaux, dessen Bearbeitung voraussichtlich 1943 in Angriff genommen werden kann. Über die Einzelheiten der Triangulation I. O. westlich des Meridians von Paris wird unter besonderem Hinweis auf die Arbeiten der deutschen Heeresvermessung gesondert berichtet.

Koordinatenumformung durch Interpolation

Von Dr.-Ing. K. Hubeny

Einleitung

Berechnet man in einem bestimmten Abbildungssystem für runde Werte der geogr. Breite und des Längenunterschiedes zum jeweiligen Bezugsmeridian die ebenen Koordinatenwerte y und x , so können Umformungen von geographischen Koordinaten in ebene und umgekehrt durch Interpolation zwischen den berechneten Werten erfolgen.

Ein derartiges Tafelwerk wird vom Oberkommando der Kriegsmarine im Handbuch für die Vermessungen der Kriegsmarine II. Band, 2. Teil, für die Gauß-Krüger'sche Meridianstreifenprojektion unter dem Namen „Brechpunktstabelle für das Deutsche Heeresgitter“ herausgegeben. Es sind darin von 0° — 72° Breite bis zu einem Längenunterschied von $3^{\circ} 30'$ vom Mittelmeridian mit Intervallen von 10 zu 10 Minuten in Breite und Länge die ebenen konformen Koordinaten y und x sowie deren erste und zweite Differenzen nach der Breite und der Länge berechnet.

Berechnung der Tafeln

Abb. 1 stellt das ebene Bild der Meridiane und Parallelkreise dar; für deren Schnittpunkte (Brech-

punkte) sind die ebenen konformen Koordinaten in den Tafeln enthalten. Bezeichnet man einen beliebigen Ausgangspunkt mit 00 und die Brech-

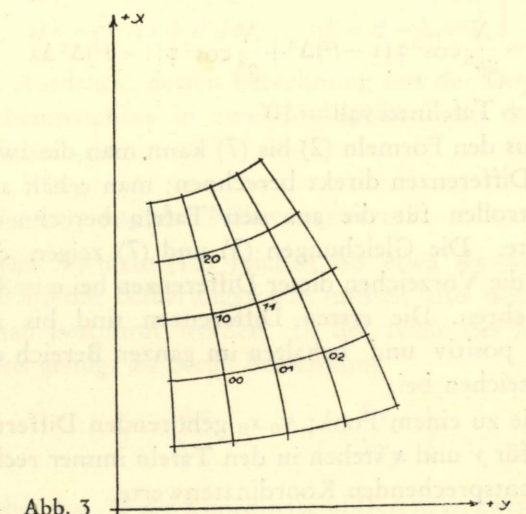


Abb. 3

punkte der Breite und Länge noch fortschreitend mit 10, 20 und 01, 02, so erhält man die ersten und zweiten Differenzen nach Breite und Länge für y und x aus

$$\left. \begin{aligned} \Delta\varphi &= 10-00 & \Delta\lambda &= 01-00 \\ \Delta\varphi\varphi &= 20-10-(10-00)=20-2\cdot10+00 \\ \Delta\lambda\lambda &= 02-01-(01-00)=02-2\cdot01+00 \\ \Delta\varphi\lambda &= 11-10-(01-00)=11-10-01+00 \\ \text{oder} \\ \Delta\varphi\lambda &= 11-01-(10-00)=11-01-10+00 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

In der „Brechtstabelle für das Deutsche Heeresgitter“ (Abb. 2) wurden die Koordinatenwerte y und x nach den in [1] angegebenen Formeln auf mm berechnet und nach Abrundung auf cm die ersten und zweiten Differenzen nach (1) gebildet. Eine Kontrolle für die Differenzen sowie einen Überblick über deren Verlauf bekommt man durch allgemeine Ableitung der Formeln hierfür.

Aus den in [1] für y und x angegebenen Formeln erhält man z. B. durch Reihenentwicklung und Bildung der entsprechenden Differenzen bei Vernachlässigung von Gliedern höherer Ordnung für die 2. Differenzen folgende Formeln:

$$\Delta y_{\varphi\varphi} = -\frac{N}{\rho^3} \cos \varphi \Delta^2 \Delta \lambda \quad (2)$$

$$\Delta y_{\lambda\lambda} = \frac{N}{\rho^3} \cos^3 \varphi (1-t^2) (\Delta^2 \Delta \lambda + \Delta^3) \quad (3)$$

$$\Delta y_{\varphi\lambda} = -\frac{N}{\rho^2} \sin \varphi \Delta^2 - \frac{N}{2\rho^4} \sin \varphi \cos^2 \varphi (5-t^2) \Delta^2 \Delta \lambda^2 \quad (4)$$

$$\Delta x_{\varphi\varphi} = \frac{3}{\rho^2} y^2 t N \Delta^2 - \frac{2N}{\rho^4} \sin \varphi \cos \varphi \Delta^2 \Delta \lambda^2 \quad (5)$$

$$\Delta x_{\lambda\lambda} = \frac{N}{\rho^2} \sin \varphi \cos \varphi \Delta^2 + \frac{N}{2\rho^4} \sin \varphi \cos^3 \varphi (5-t^2) \Delta^2 \Delta \lambda^2 \quad (6)$$

$$\Delta x_{\varphi\lambda} = \frac{N}{2\rho^3} \cos^2 \varphi (1-t^2) \Delta^3 + \frac{N}{\rho^3} \cos^2 \varphi (1-t^2) \Delta^2 \Delta \lambda \quad (7)$$

Δ = Tafelintervall = 10'

Aus den Formeln (2) bis (7) kann man die zweiten Differenzen direkt berechnen; man erhält also Kontrollen für die aus den Tafeln berechneten Werte. Die Gleichungen (3) und (7) zeigen, daß sich die Vorzeichen dieser Differenzen bei $\varphi = 45^\circ$ umkehren. Die ersten Differenzen sind bis auf Δy_{φ} positiv und behalten im ganzen Bereich das Vorzeichen bei.

Die zu einem Punkt $y_0 x_0$ gehörenden Differenzen für y und x stehen in den Tafeln immer rechts der entsprechenden Koordinatenwerte.

Interpolation

a) Geographische Koordinaten in Gauß-Krüger'sche Bezeichnen n_{φ} , n_{λ} die stets positiven Diffe-

renzen der Breite φ und des Längenunterschiedes $\Delta\lambda$ eines Punktes zu den nächst niedrigeren Eingangswerten φ_0 (x_0), $\Delta\lambda_0$ (y_0) in Einheiten des Intervalls der Brechtstabelle, so erhält man die ebenen Koordinaten y , x aus der Newton'schen Interpolationsformel für eine Funktion von zwei Veränderlichen unter Vernachlässigung von Gliedern höherer als 2. Ordnung mit

$$\left. \begin{aligned} y &= y_0 + \Delta y_{\varphi} \cdot n_{\varphi} + \Delta y_{\lambda} \cdot n_{\lambda} \\ &\quad + \Delta y_{\varphi\varphi} \left(\frac{n_{\varphi}}{2} \right) + \Delta y_{\lambda\lambda} \left(\frac{n_{\lambda}}{2} \right) + \Delta y_{\varphi\lambda} \cdot n_{\varphi} \cdot n_{\lambda} \\ x &= x_0 + \Delta x_{\varphi} \cdot n_{\varphi} + \Delta x_{\lambda} \cdot n_{\lambda} \\ &\quad + \Delta x_{\varphi\varphi} \left(\frac{n_{\varphi}}{2} \right) + \Delta x_{\lambda\lambda} \left(\frac{n_{\lambda}}{2} \right) + \Delta x_{\varphi\lambda} \cdot n_{\varphi} \cdot n_{\lambda} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

und, wenn man die Bezeichnung der Koeffizienten der 2. Differenzen vereinfacht und gleichzeitig alle Vorzeichen einführt

$$\left. \begin{aligned} y &= y_0 - \Delta y_{\varphi} \cdot n_{\varphi} + \Delta y_{\lambda} \cdot n_{\lambda} + \Delta y_{\varphi\varphi} \cdot k_1 \mp \Delta y_{\lambda\lambda} \cdot k_2 \\ &\quad - \Delta y_{\varphi\lambda} \cdot k_3 \\ x &= x_0 + \Delta x_{\varphi} \cdot n_{\varphi} + \Delta x_{\lambda} \cdot n_{\lambda} - \Delta x_{\varphi\varphi} \cdot k_1 - \Delta x_{\lambda\lambda} \cdot k_2 \\ &\quad \pm \Delta x_{\varphi\lambda} \cdot k_3 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Für die Werte $k_1 = \left(\frac{n_{\varphi}}{2} \right)$ und $k_2 = \left(\frac{n_{\lambda}}{2} \right)$ ist im Tafelwerk eine Vortafel eingefügt; nach (3) und (7) gilt bei $\varphi < 45^\circ$ das obere, bei $\varphi > 45^\circ$ das untere Vorzeichen. Zur Berechnung sind die Absolutwerte der in den Tafeln angegebenen Differenzen und Koeffizienten in (9) einzuführen.

Wie man sieht, sind die Koeffizienten der Differenzen in den Formeln (8) oder (9) bei y und x gleich. Dieser Umstand ermöglicht es, die Berechnung von y und x in fünf Multiplikationen auf der Doppelrechenmaschine gleichzeitig auszuführen. An vorbereitenden Arbeiten ist lediglich die Umwandlung der Differenzen $\varphi - \varphi_0$ und $\Delta\lambda - \Delta\lambda_0$ in Einheiten des Tafelintervalls (10') und die Bildung von $k_3 = n_{\varphi} n_{\lambda}$ durchzuführen. Alle anderen Werte können direkt von der Tafel in die Maschine eingestellt werden, so daß die notwendigen Aufschreibungen und ebenso die Fehlermöglichkeiten auf ein Minimum begrenzt sind.

b) Geographische Koordinaten aus Gauß-Krüger'schen

Für diese Umformung gibt es eine Reihe von Verfahren, die z. T. in der Kriegsmarine entwickelt wurden und über die eine spätere Arbeit berichten soll. Im folgenden wird die endgültig in der Kriegsmarine eingeführte Methode beschrieben.

Der Grundgedanke hierbei ist, erst aus den konformen Koordinaten Näherungswerte für Breite und Längenunterschied zu bestimmen, aus den Näherungswerten die dazugehörigen ebenen Koordinaten abzuleiten und aus der Differenz zwischen diesen und den gegebenen Koordinaten die an den Näherungsgrößen anzubringenden Verbesserungen zu berechnen.

1. Berechnung der Verbesserungen

Ist ein Punkt P mit den konformen y' x' und der Breite φ' gegeben und soll der Breiten- und Längenunterschied $d\varphi$, $d\lambda$ zu einem nahe gelegenen Punkt P (y , x) bestimmt werden (Übergang von den Näherungswerten zu den endgültigen), so gilt für die Breite φ' allgemein

$$\left. \begin{aligned} d\varphi &= f_1(y', dx, dy) \\ d\lambda &= f_2(y', dx, dy) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

wobei

$$\left. \begin{aligned} dx &= x - x' \\ dy &= y - y' \end{aligned} \right\}$$

ist.

In diesen Formeln bedeuten $d\varphi$, $d\lambda$, dx , dy endliche, jedoch kleine Größen.

Es müssen also die Funktionen $f_1(y', dx, dy)$ und $f_2(y', dx, dy)$ bestimmt werden. Man benutzt dazu am einfachsten die in [2] angegebenen Potenzreihen zwischen geographischen und ebenen Koordinaten, die in allgemeiner Form lauten

$$\left. \begin{aligned} \Delta\varphi &= (10)x + (20)x^2 + (02)y^2 + (12)xy^2 + \dots \\ \Delta\lambda &= (01)y + (11)xy + (21)x^2y + (03)y^3 + \dots \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Die Bedeutung der einzelnen Größen ist in [2] angegeben. Aus diesen Gleichungen ergibt sich durch Reihenentwicklung, wobei nur die Glieder 1. Ordnung berücksichtigt werden (die Formeln genügen dann noch für $dy = dx \leq 200$ m)

$$\left. \begin{aligned} d\varphi &= \frac{\partial f_1}{\partial x} dx + \frac{\partial f_1}{\partial y} dy \\ d\lambda &= \frac{\partial f_2}{\partial x} dx + \frac{\partial f_2}{\partial y} dy \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Nach Durchführung der partiellen Ableitungen erhält man die Funktionen f_1 und f_2 . Es ist, wenn man die bedeutungslosen Glieder wegläßt,

$$\left. \begin{aligned} d\varphi &= [(10) + (12)y^2 + \dots] dx + [2(02)y + \dots] dy \\ d\lambda &= [(11)y + \dots] dx + [(01) + (11)x + 3(03)y^2 + \dots] dy \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

In diesen Formeln beziehen sich alle Koeffizienten auf die Breite φ' .

Der in der zweiten Gleichung bei dy stehende Koeffizient wird noch etwas vereinfacht; man benutzt nach [3] die hier ausreichende Näherung

$$x = \frac{t}{2N} y^2,$$

wodurch der Koeffizient folgende Form erhält:

$$(01) + [3(03) + (02)^2] y^2$$

In etwas einfacherer Schreibweise findet man unter Einfügung der Vorzeichen

$$\left. \begin{aligned} d\varphi &= (a - \Delta_1 \eta^2) dx - b \cdot \eta \cdot dy \\ d\lambda &= c \cdot \eta \cdot dx + (d - \Delta_2 \eta^2) dy \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

In diesen Formeln bedeutet

$$\left. \begin{aligned} \eta &= y' \cdot 10^{-5} \text{ (zur Vereinfachung der Zahlenrechnung)} \\ a &= \frac{\rho''}{M} & \Delta_1 &= \frac{\rho''}{2N^3} V^2 (1+t^2) \\ b &= \frac{\rho''}{N^2} t V^2 & \Delta_2 &= \frac{\rho''}{2N^3 \cos \varphi} \cdot t^2 \\ c &= \frac{\rho''}{N^2 \cos \varphi} \cdot t \\ d &= \frac{\rho''}{N \cos \varphi} \end{aligned} \right\} \quad (14a)$$

Diese Größen sind für das Argument φ von 10 zu 10 Minuten in den Tafeln angegeben; da ihre Tafeldifferenzen nach φ klein sind, können sie leicht für jedes beliebige φ' interpoliert werden. Die Glieder Δ , η^2 und $\Delta_2 \eta^2$ sind klein und lassen sich sofort anschreiben.

Als endgültige Rechenform hat man demnach:

$$\left. \begin{aligned} d\varphi &= a' dx - b \eta dy & (a' &= a - \Delta_1 \eta^2) \\ d\lambda &= c \eta dx + d' dy & (d' &= d - \Delta_2 \eta^2) \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

ein Ausdruck, dessen Berechnung mit der Doppelrechenmaschine in zwei Multiplikationen durchzuführen ist.

2. Bestimmung der Näherungswerte

Die Formeln (15) reichen bis etwa $dx = dy \leq 200$ m; die Näherungswerte müssen also noch so genau bestimmt werden. In der Nähe des Meridians genügt zu deren Berechnung

$$\left. \begin{aligned} n'_{\varphi} &= \frac{\Delta x}{\Delta x_{\varphi}} & n'_{\lambda} &= \frac{\Delta y}{\Delta y_{\lambda}} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

wobei Δx , Δy die Koordinatendifferenzen zwischen den gegebenen Koordinaten und den in den Tafeln angegebenen nächst niedrigeren Werten y_0 , x_0 (zu denen die 1. Differenzen Δx_{φ} , Δy_{λ} gehören) bedeuten.

Y										
$\varphi = 45^{\circ} 00' - 45^{\circ} 20'$										
$\Delta\lambda$	φ	$45^{\circ} 00'$	ΔY_{φ} ΔY_{λ}	$\Delta Y_{\varphi\varphi}$ $\Delta Y_{\lambda\lambda}$ $\Delta Y_{\varphi\lambda}$	$45^{\circ} 10'$	ΔY_{φ} ΔY_{λ}	$\Delta Y_{\varphi\varphi}$ $\Delta Y_{\lambda\lambda}$ $\Delta Y_{\varphi\lambda}$	$45^{\circ} 20'$	ΔY_{φ} ΔY_{λ}	$\Delta Y_{\varphi\varphi}$ $\Delta Y_{\lambda\lambda}$ $\Delta Y_{\varphi\lambda}$
0° 00'		0,00	0,00 13 139,55	0,00 38,15	0,00	0,00 13 101,40	0,00 38,26	0,00	0,00 13 063,14	0,00 38,37
10'		13 139,55	38,15 13 139,55	0,11 38,15	13 101,40	38,26 13 101,40	0,11 38,26	13 063,14	38,37 13 063,14	0,12 38,38
20'		26 279,10	76,30 13 139,55	0,22 38,15	26 202,80	76,52 13 101,40	0,23 38,27	26 126,28	76,75 13 063,13	0,22 38,37
30'		39 418,65	114,45 13 139,55	0,34 38,16	39 304,20	114,79 13 101,39	0,33 38,26	39 189,41	115,12 13 063,13	0,33 38,37
40'		52 558,20	152,61 13 139,55	0,44 38,15	52 405,59	153,05 13 101,40	0,44 38,27	52 252,54	153,49 13 063,13	0,45 38,38
50'		65 697,75	190,76 13 139,55	0,56 38,16	65 506,99	191,32 13 101,39	0,55 38,27	65 315,67	191,87 13 063,12	0,56 38,38
1° 00'		78 837,30	228,92 13 139,55	0,67 38,16	78 608,38	229,59 13 101,39	0,66 38,27	78 378,79	230,25 13 063,12	0,68 38,39
10'		91 976,85	267,08 13 139,56	0,78 38,17	91 709,77	267,86 13 101,39	0,78 38,28	91 441,91	268,64 13 063,11	0,78 38,40
20'		105 116,41	305,25 13 139,55	0,89 38,17	104 811,16	306,14 13 101,38	0,90 38,29	104 505,02	307,04 13 063,09	0,88 38,38
30'		118 255,96	343,42 13 139,56	1,01 38,18	117 912,54	344,43 13 101,38	0,99 38,29	117 568,11	345,42 13 063,09	1,01 38,41
40'		131 395,52	381,60 13 139,56	1,12 38,19	131 013,92	382,72 13 101,37	1,11 38,29	130 631,20	383,83 13 063,08	1,11 38,41
50'		144 535,08	419,79 13 139,56	1,22 38,19	144 115,29	421,01 13 101,37	1,23 38,31	143 694,28	422,24 13 063,06	1,22 38,41
2° 00'		157 674,64	457,98 13 139,56	1,34 38,20	157 216,66	459,32 13 101,36	1,33 38,31	156 757,34	460,65 13 063,05	1,33 38,42
10'		170 814,20	496,19 13 139,56	1,44 38,21	170 318,01	497,63 13 101,35	1,44 38,32	169 820,39	499,07 13 063,03	1,45 38,43
20'		183 953,76	534,39 13 139,56	1,56 38,21	183 419,37	535,95 13 101,35	1,55 38,33	182 883,42	537,50 13 063,02	1,56 38,44
30'		197 093,32	572,60 13 139,57	1,68 38,24	196 520,72	574,28 13 101,33	1,66 38,33	195 946,44	575,94 13 063,00	1,67 38,45
40'		210 232,89	610,84 13 139,56	1,77 38,23	209 622,05	612,61 13 101,33	1,78 38,35	209 009,44	614,39 13 062,98	1,78 38,46
50'		223 372,45	649,07 13 139,67	1,89 38,25	222 723,38	650,96 13 101,32	1,89 38,36	222 072,42	652,85 13 062,96	1,89 38,47
3° 00'		236 512,02	687,32 13 139,57	2,00 38,26	235 824,70	689,32 13 101,31	2,00 38,38	235 135,38	691,32 13 062,93	2,00 38,48
10'		249 651,59	725,58 13 139,56	2,12 38,27	248 926,01	727,70 13 101,29	2,10 38,38	248 198,31	729,80 13 062,91	2,11 38,49
20'		262 791,15	763,85 13 139,57	2,23 38,29	262 027,30	766,08 13 101,28	2,21 38,39	261 261,22	768,29 13 062,89	2,23 38,51
30'		275 930,72			275 128,58			274 324,11	806,80	
a		0,032 397			0,032 396			0,032 396		
b		0,000 507			0,000 510			0,000 513		
c		0,000 715			0,000 721			0,000 727		
d, Δd		0,045 664	133		0,045 797	134		0,045 931	135	
Δ ₁		0,000 008			0,000 008			0,000 008		
Δ ₂		0,000 011			0,000 011			0,000 011		

Abb. 2

X										
$\varphi = 45^{\circ} 00' - 45^{\circ} 20'$										
$\Delta\lambda$	φ	$45^{\circ} 00'$	ΔX_{φ} ΔX_{λ}	$\Delta X_{\varphi\varphi}$ $\Delta X_{\lambda\lambda}$ $\Delta X_{\varphi\lambda}$	$45^{\circ} 10'$	ΔX_{φ} ΔX_{λ}	$\Delta X_{\varphi\varphi}$ $\Delta X_{\lambda\lambda}$ $\Delta X_{\varphi\lambda}$	$45^{\circ} 20'$	ΔX_{φ} ΔX_{λ}	$\Delta X_{\varphi\varphi}$ $\Delta X_{\lambda\lambda}$ $\Delta X_{\varphi\lambda}$
0° 00'		4 984 439,27	18 520,18 13,51	0,54 27,03 0,00	5 002 959,45	18 520,72 13,51	0,54 27,03 0,00	5 021 480,17	18 521,26 13,51	0,54 27,03 0,00
10'		4 984 452,78	18 520,18 40,54	0,54 27,03 0,00	5 002 972,96	18 520,72 40,54	0,54 27,03 0,00	5 021 493,68	18 521,26 40,54	0,54 27,02 0,01
20'		4 984 493,32	18 520,18 67,57	0,54 27,02 0,00	5 003 013,50	18 520,72 67,57	0,53 27,02 0,01	5 021 534,22	18 521,25 67,56	0,55 27,03 0,00
30'		4 984 560,89	18 520,18 94,59	0,53 27,04 0,00	5 003 081,07	18 520,71 94,59	0,54 27,04 0,00	5 021 601,78	18 521,25 94,59	0,54 27,03 0,00
40'		4 984 655,48	18 520,18 121,63	0,53 27,03 0,00	5 003 175,66	18 520,71 121,63	0,54 27,03 0,01	5 021 696,37	18 521,25 121,62	0,53 27,04 0,01
50'		4 984 777,11	18 520,18 148,66	0,52 27,03 0,00	5 003 297,29	18 520,70 148,66	0,54 27,03 0,00	5 021 817,99	18 521,24 148,66	0,53 27,02 0,02
1° 00'		4 984 925,77	18 520,18 175,69	0,52 27,05 0,00	5 003 445,95	18 520,70 175,69	0,52 27,04 0,01	5 021 966,65	18 521,22 175,68	0,53 27,04 0,01
10'		4 985 101,46	18 520,18 202,74	0,51 27,03 0,01	5 003 621,64	18 520,69 202,73	0,52 27,04 0,01	5 022 142,33	18 521,21 202,72	0,52 27,05 0,01
20'		5 985 304,20	18 520,17 229,77	0,51 27,05 0,00	5 003 824,37	18 520,68 229,77	0,52 27,05 0,00	5 022 345,05	18 521,20 229,77	0,51 27,03 0,03
30'		4 985 533,97	18 520,17 256,82	0,51 27,05 0,00	5 004 054,14	18 520,68 256,82	0,49 27,04 0,02	5 022 574,82	18 521,17 256,80	0,52 27,05 0,01
40'		4 985 790,79	18 520,17 283,87	0,49 27,05 0,01	5 004 310,96	18 520,66 283,86	0,50 27,06 0,01	5 022 831,62	18 521,16 283,85	0,49 27,06 0,02
50'		4 986 074,66	18 520,16 310,92	0,49 27,07 0,00	5 004 594,82	18 520,65 310,92	0,49 27,06 0,01	5 023 115,47	18 521,14 310,91	0,48 27,06 0,03
2° 00'		4 986 385,58	18 520,16 337,99	0,48 27,05 0,01	5 004 905,74	18 520,64 337,98	0,47 27,07 0,01	5 023 426,38	18 521,11 337,97	0,48 27,05 0,03
10'		4 986 723,57	18 520,15 365,04	0,48 27,08 0,01	5 005 243,72	18 520,63 365,05	0,45 27,06 0,03	5 023 764,35	18 521,08 365,02	0,47 27,08 0,03
20'		4 987 088,61	18 520,16 392,12	0,44 27,08 0,01	5 005 608,77	18 520,60 392,11	0,45 27,08 0,01	5 024 129,37	18 521,05 392,10	0,47 27,07 0,03
30'		4 987 480,73	18 520,15 419,20	0,44 27,09 0,01	5 006 000,88	18 520,59 419,19	0,43 27,09 0,02	5 024 521,47	18 521,02 419,17	0,45 28,09 0,03
40'		4 987 899,93	18 520,14 446,29	0,43 27,09 0,01	5 006 420,07	18 520,57 446,28	0,42 27,09 0,02	5 024 940,64	18 520,99 446,26	0,43 27,09 0,04
50'		4 988 346,22	18 520,13 473,38	0,42 27,10 0,01	5 006 866,35	18 520,55 473,37	0,40 27,10 0,02	5 025 386,90	18 520,95 473,35	0,42 27,10 0,04
3° 00'		4 988 819,60	18 520,12 500,48	0,41 27,11 0,01	5 007 339,72	18 520,53 500,47	0,38 27,11 0,02	5 025 860,25	18 520,91 500,45	0,40 27,10 0,05
10'		4 989 320,08	18 520,11 527,59	0,40 27,11 0,01	5 007 840,19	18 520,51 527,58	0,35 27,12 0,03	5 026 360,70	18 520,86 527,55	0,40 27,12 0,04
20'		4 989 847,67	18 520,10 554,70	0,38 27,11 0,00	5 008 367,77	18 520,48 554,70	0,34 27,12 0,03	5 026 888,25	18 520,82 554,67	0,38 22,12 0,05
30'		4 990 402,37			5 008 922,47			5 027 442,92		
		m = 0,002 798			m = 0,002 789			m = 0,002 780		

Abb. 2

$$\left. \begin{aligned} \dot{y} &= y_0 - \Delta y_{\varphi} n'_{\varphi} + \Delta y_{\lambda} n'_{\lambda} \\ x &= x_0 + \Delta x_{\varphi} n'_{\varphi} + \Delta x_{\lambda} n'_{\lambda} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta y &= -\Delta y_{\varphi} \frac{n'_{\varphi}}{n'_{\lambda}} + \Delta y_{\lambda} \frac{n'_{\lambda}}{n'_{\varphi}} & n'_{\varphi} &= \frac{\Delta y_{\lambda} \Delta x - \Delta x_{\lambda} \Delta y}{\Delta x_{\varphi} \Delta y_{\lambda} + \Delta x_{\lambda} \Delta y_{\varphi}} \\ \Delta x &= \Delta x_{\varphi} \frac{n'_{\varphi}}{n'_{\lambda}} + \Delta x_{\lambda} \frac{n'_{\lambda}}{n'_{\varphi}} & n'_{\lambda} &= \frac{\Delta y_{\varphi} \Delta x + \Delta x_{\varphi} \Delta y}{\Delta x_{\varphi} \Delta y_{\lambda} + \Delta x_{\lambda} \Delta y_{\varphi}} \end{aligned} \right\} (18)$$

(Alle Differenzen als Absolutwerte!)

3. Zusammenfassung der Umformung b)

Aus den gegebenen Werten y , x berechnet man aus (16) oder (18) die Näherungswerte n'_y , n'_x und geht damit in die Interpolationsformeln (9) ein. Man findet y' und x' . Mit den Differenzen

$$dy = y - y', \quad dx = x - x' \quad (19)$$

berechnet man aus (15) die an den Näherungswerten n'_φ , n'_λ (die aus den Einheiten des Tafelintervalls in Minuten und Sekunden rückzuverwandeln sind) anzubringenden Verbesserungen.

c) Genauigkeit der Interpolation

Eine Genauigkeitsuntersuchung sowie eine Zusammenfassung der Methoden zur Umformung ebener in geographische Koordinaten mit den Brechpunktstafeln soll in einer späteren Arbeit gegeben werden. Die praktische Erprobung ergab im Vergleich mit Rechnungen, die auf mm ausgeführt wurden, fast stets eine unter 0,01 m (Gesamtfehler) liegende Rechengenauigkeit.

Meridiankonvergenz

Zur Berechnung der ebenen Meridiankonvergenz wird die in [2] angegebene Formel

$$\gamma'' = \sin \varphi \Delta \lambda + \frac{\sin \varphi \cos^2 \varphi}{3 \rho^2} (1 + 3 \eta^2 + 2 \eta^4) \Delta \lambda^3 + g \cdot \Delta \lambda^5 \quad (20)$$

benutzt, wobei das Glied mit $\Delta \lambda^5$ wegen seines geringen Einflusses (am Rand eines Streifens $0'',005$) weggelassen wurde.

In einfacherer Schreibweise findet man für die Meridiankonvergenz

$$\gamma = \sin \varphi \Delta\lambda + m \cdot \Delta\lambda^3 \quad . \quad . \quad . \quad (21)$$

Die Werte für m sind in den Tafeln von 10 zu 10 Minuten angegeben; $\Delta\lambda$ ist im ersten Glied in Sekunden, im zweiten Glied in sec^{-3} in die Formel einzuführen.

Zur Berechnung der Meridiankonvergenz aus konformen Koordinaten geht man mit den nach (18) bestimmten Näherungswerten φ' , $\Delta\lambda'$, wobei

$$\overline{\Delta\lambda}' = \Delta\lambda' + \frac{\Delta y_{\varphi\lambda}}{\Delta y_{\lambda}} n'_{\varphi} n'_{\lambda} \quad . \quad . \quad . \quad (22)$$

in die Formel (21) ein, wodurch man γ auf einige hundertstel Sekunden genau erhält.

Arbeitsaufwand bei einer Umformung

Die Umformung geographischer Koordinaten in ebene konforme Werte läßt sich mit der Brechpunktstafel in insgesamt 8 Multiplikationen (3 einfache Multiplikationen zur Berechnung von n_φ , n_λ und k_3 , 5 Multiplikationen mit beiden Werken zur Berechnung von x, y) ausführen; bei der ganzen Rechnung ist keine einzige Interpolation nötig, da alle Werte direkt den Tafeln entnommen werden können.

Die Berechnung geographischer aus ebenen Koordinaten ist etwas umständlicher; hier sind, wenn man von nebensächlichen Hilfsrechnungen absieht, 13 Multiplikationen mit beiden Werken, und 2 Divisionen auszuführen. Zur Vereinfachung dieser Rechnung werden vom Oberkommando der Kriegsmarine derzeit Tafeln berechnet, die auch diese Aufgabe durch einfache Interpolation zu lösen gestatten.

Literatur

1. Jordan Eggert, Handbuch der Verm.-Kunde, III/2, § 32;
2. Jordan Eggert, Handbuch der Verm.-Kunde, III/2, § 34;
3. Jordan Eggert, Handbuch der Verm.-Kunde, III/2, § 33.

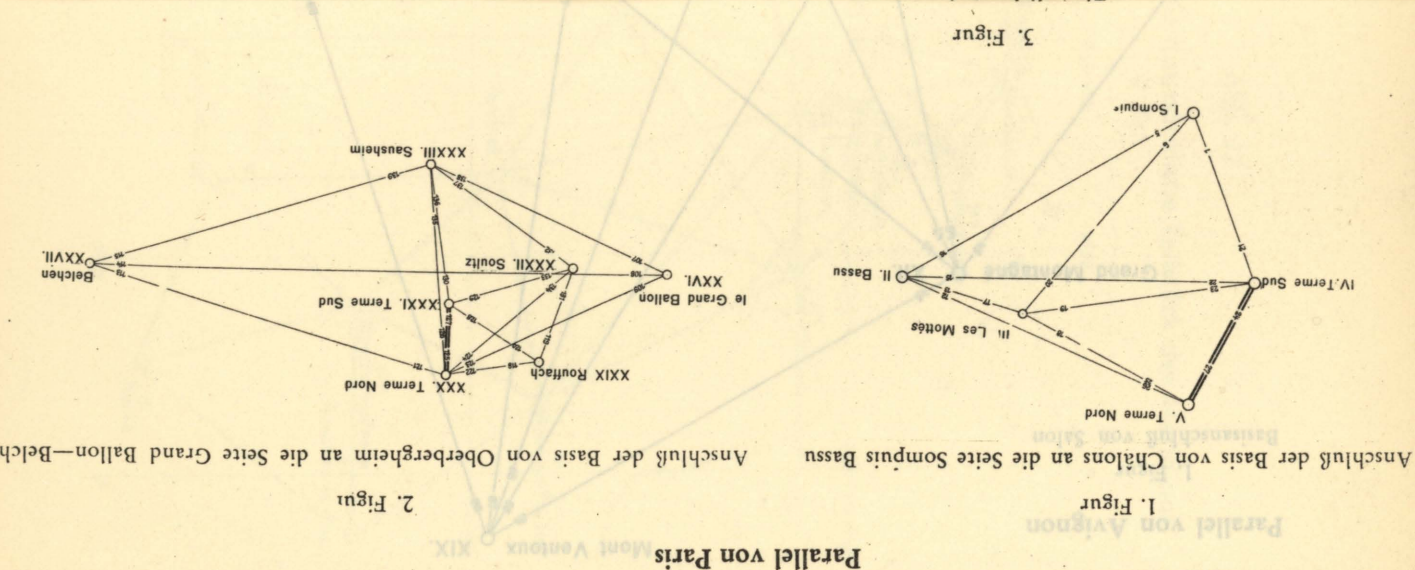
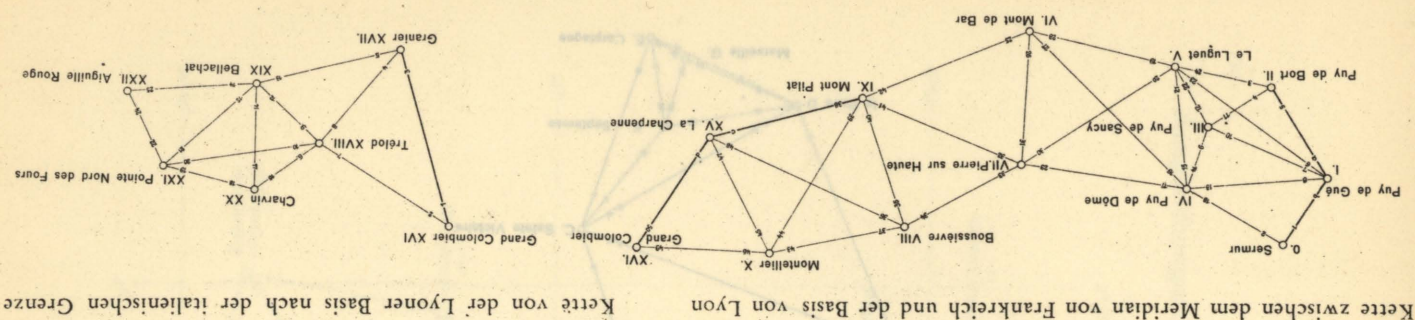


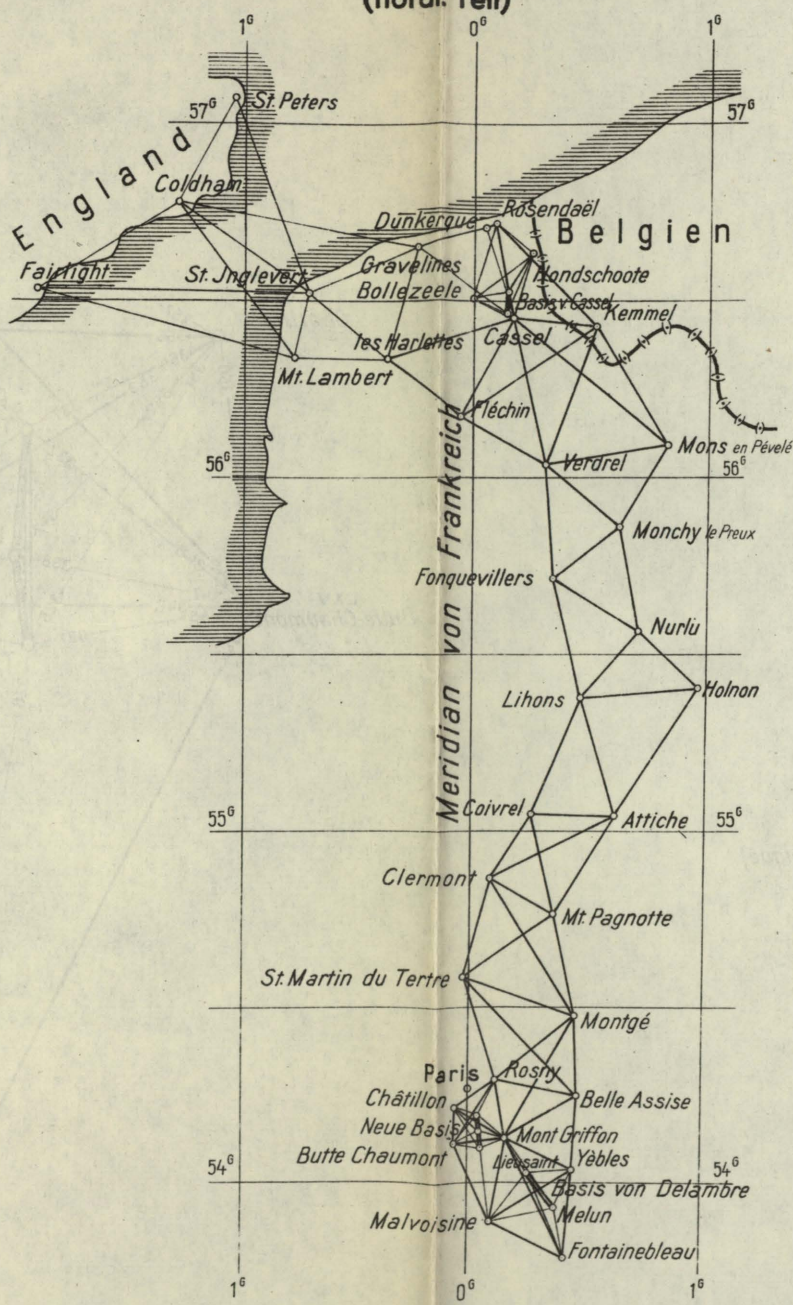
Abb. 13

Verbindungsnetz für den Anschluß der Basis von Perpignan
und der astronomischen Station von Rivesaltes

Abb. 2

Der neue Meridian von Frankreich.

(nördl. Teil)

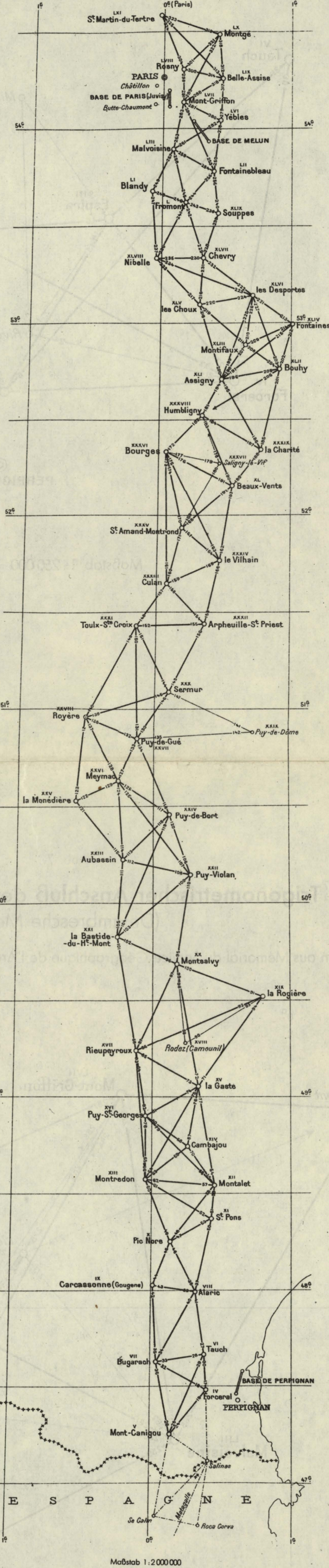


Maßstab 1:2000000

Abb. 4

Schema für die Ausgleichung des südlichen Teilstücks des Meridians

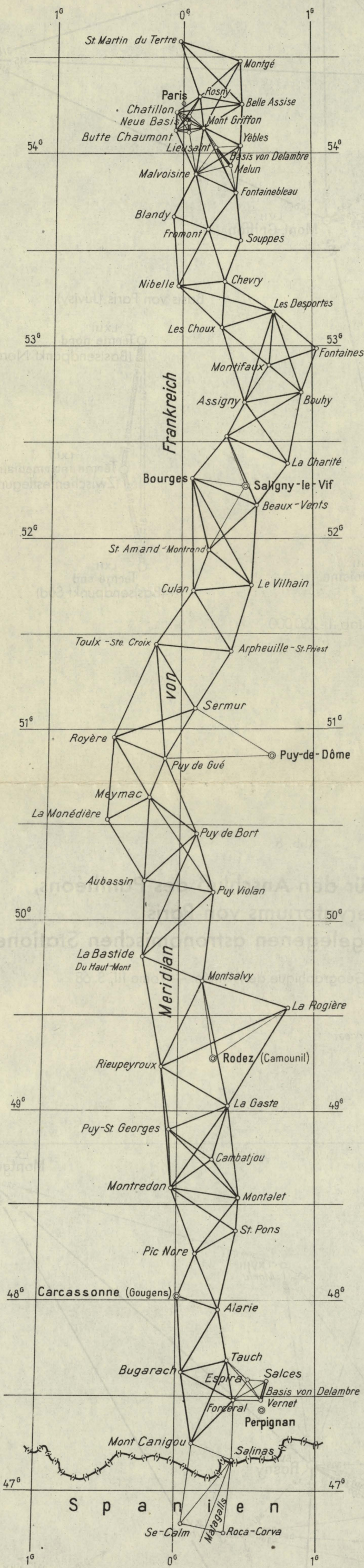
Entnommen aus Mémorial du Service Géographique de l'Armée. — Tome III



Maßstab 1:2000000

Abb. 1

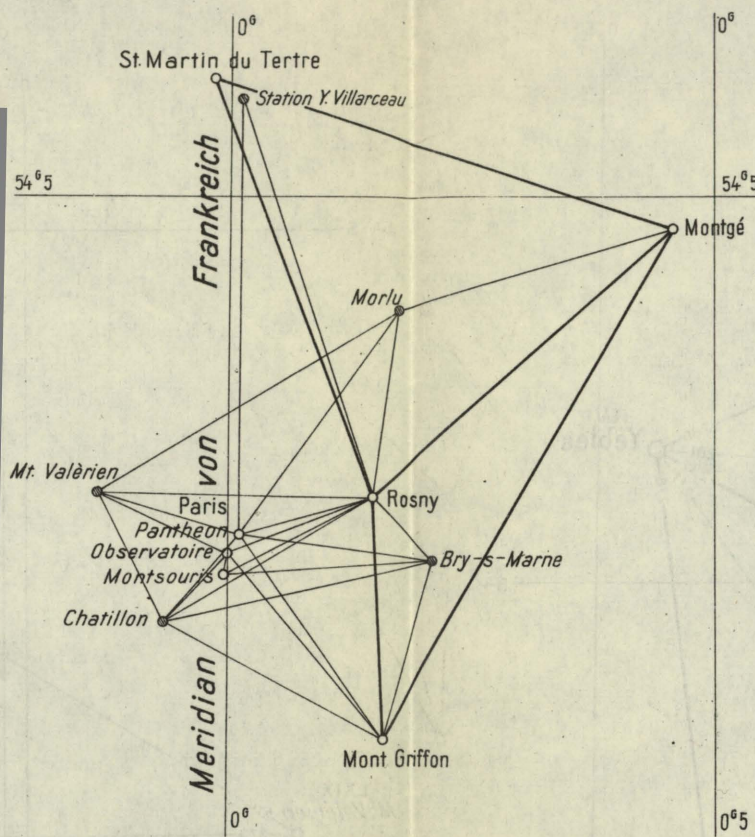
Der neue Meridian von Frankreich.



Maßstab 1:2000000

Abb. 3

Verbindungsnetz zum Anschluß der astronomischen Punkte bei Paris an den neuen Meridian.



Maßstab 1:500000

Verbindungsnetz für den Anschluß der Basis von Perpignan und der astronomischen Station von Rivesaltes

Abb. 6

Verbindungsnetz für den Anschluß der Basis von Paris

Entnommen aus Mémorial du Service Géographique de l'Armée. — Tome III, S. 65

LVIII
Rosny

LXVI
Châtillon

LXV
Butte Chaumont

LXIII
Terme nord
(Basisendpunkt Nord)

LXIV
Terme intermédiaire
(Zwischenfestlegung)

LXII
Terme sud
(Basisendpunkt Süd)

LIX
Belle-Assise

LVII
Mont-Griffon

LIII
Malvoisine

T.N.

BASE

T.S.

Maßstab 1:250 000

Trigonometrischer Anschluß der Basis von Melun (Delambresche Messung)

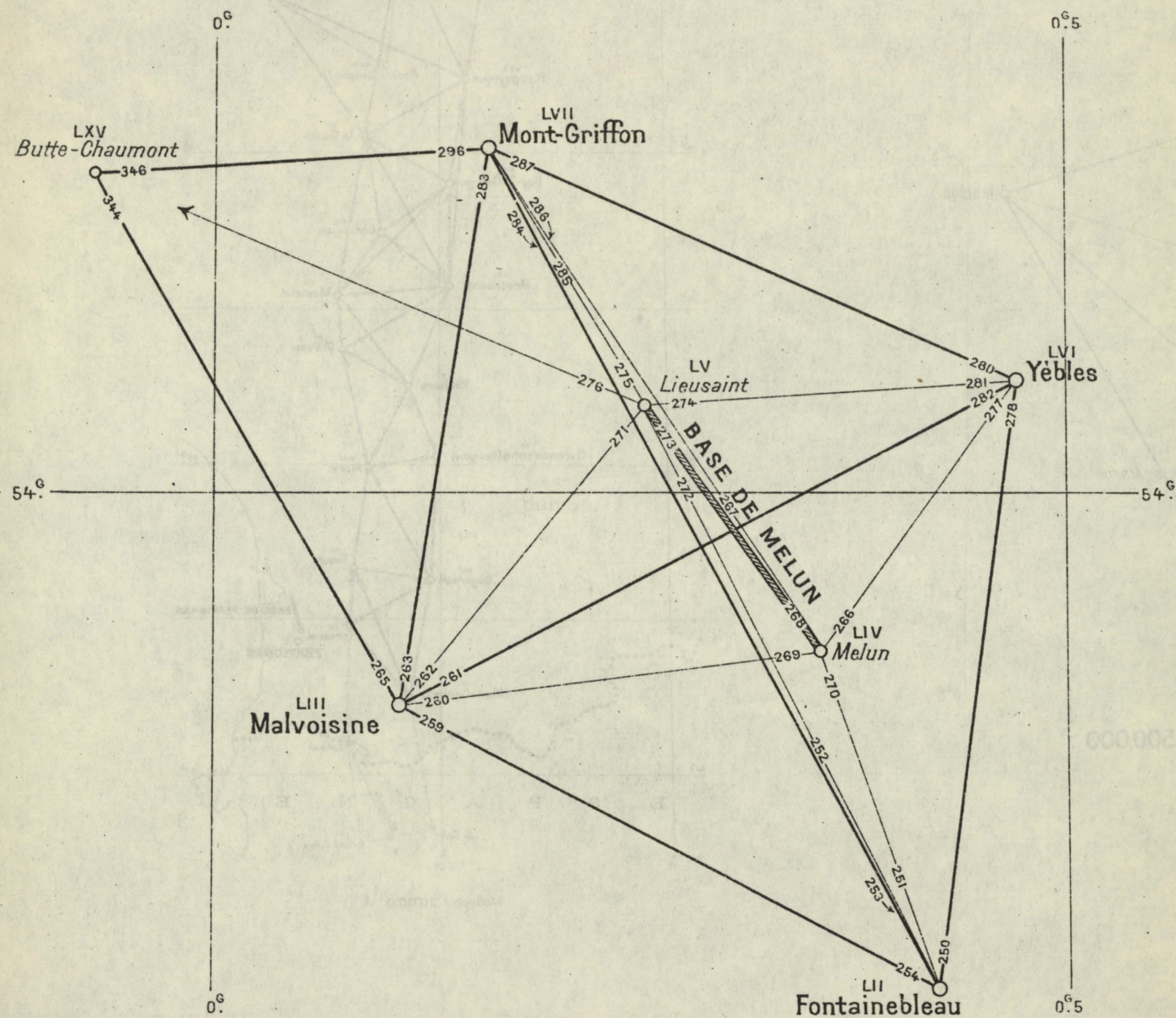
Verbindungsnetz für den Anschluß des Panthéons,
des Observatoriums von Paris
und der fünf um Paris gelegenen astronomischen Stationen

Maßstab 1 : 250 000

Abb. 7

Trigonometrischer Anschluß der Basis von Melun (Delambresche Messung)

Entnommen aus Mémorial du Service Géographique de l'Armée. — Tome III, S. 67

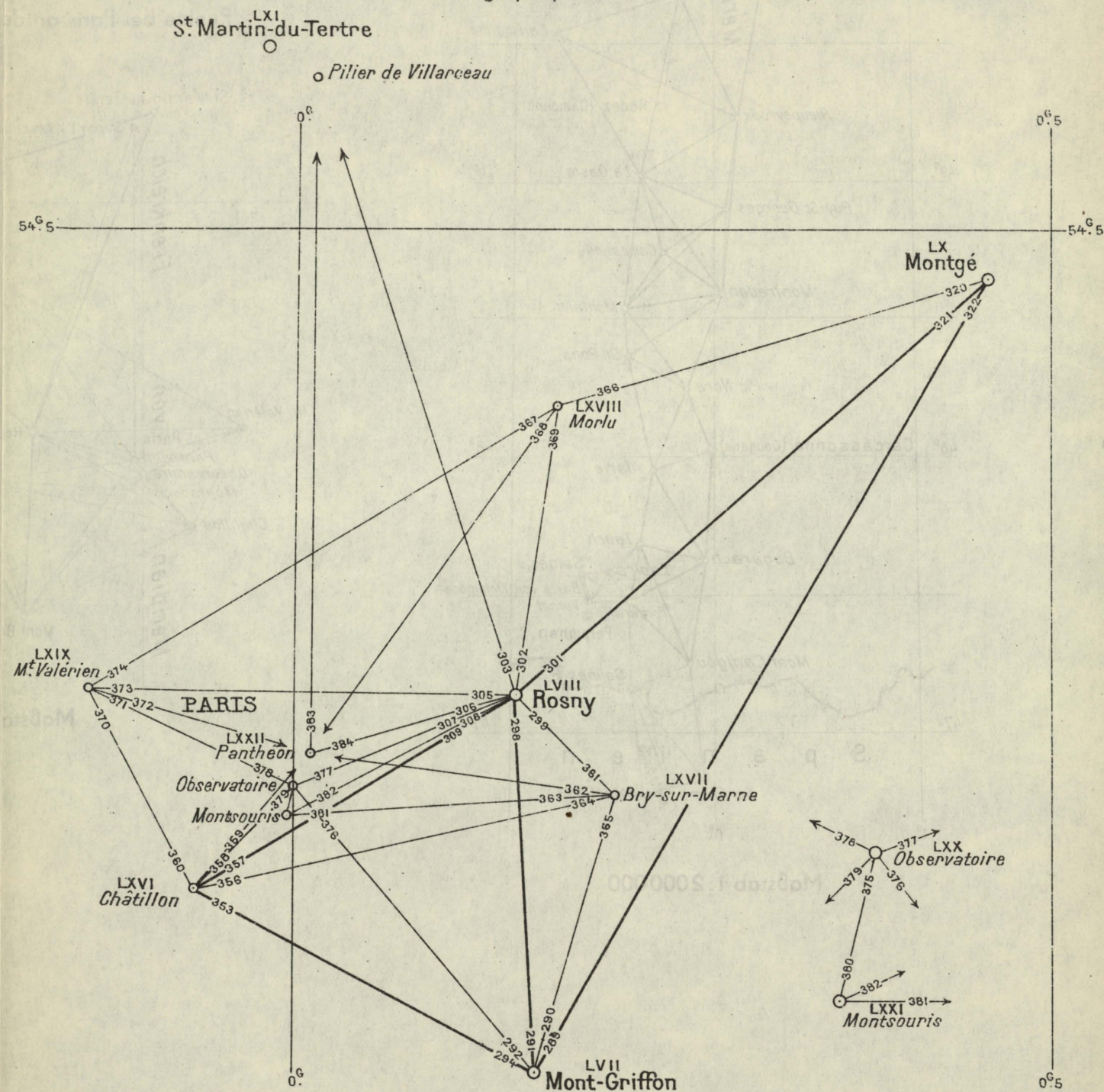


Maßstab 1:250 000

Abb. 8

Verbindungsnetz für den Anschluß des Panthéons, des Observatoriums von Paris und der fünf um Paris gelegenen astronomischen Stationen

Entnommen aus Mémorial du Service Géographique de l'Armée. — Tome III, S. 68



Maßstab 1:250 000

Abb. 9

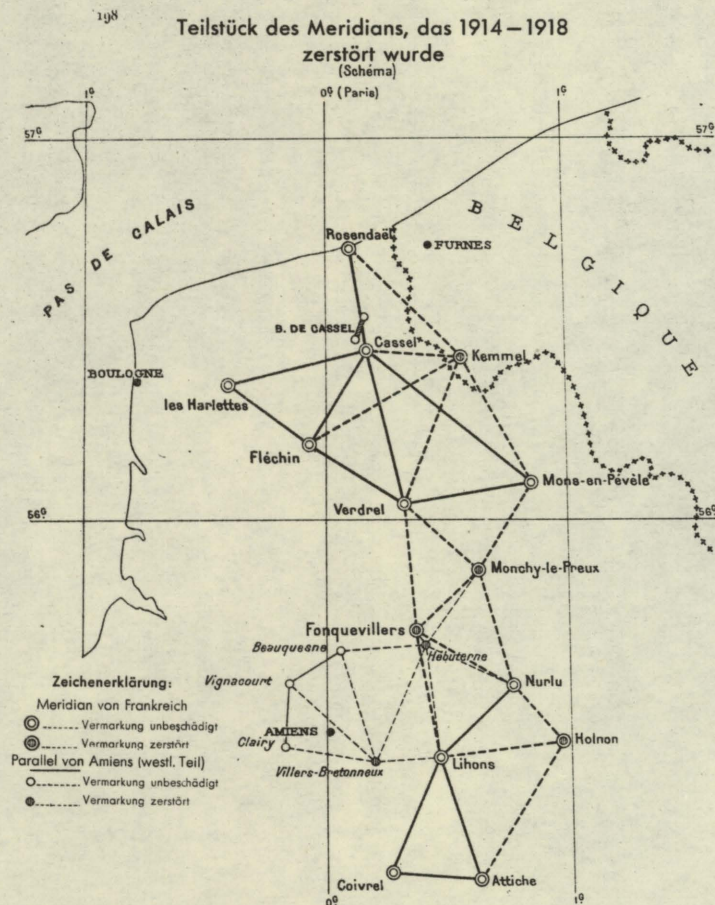
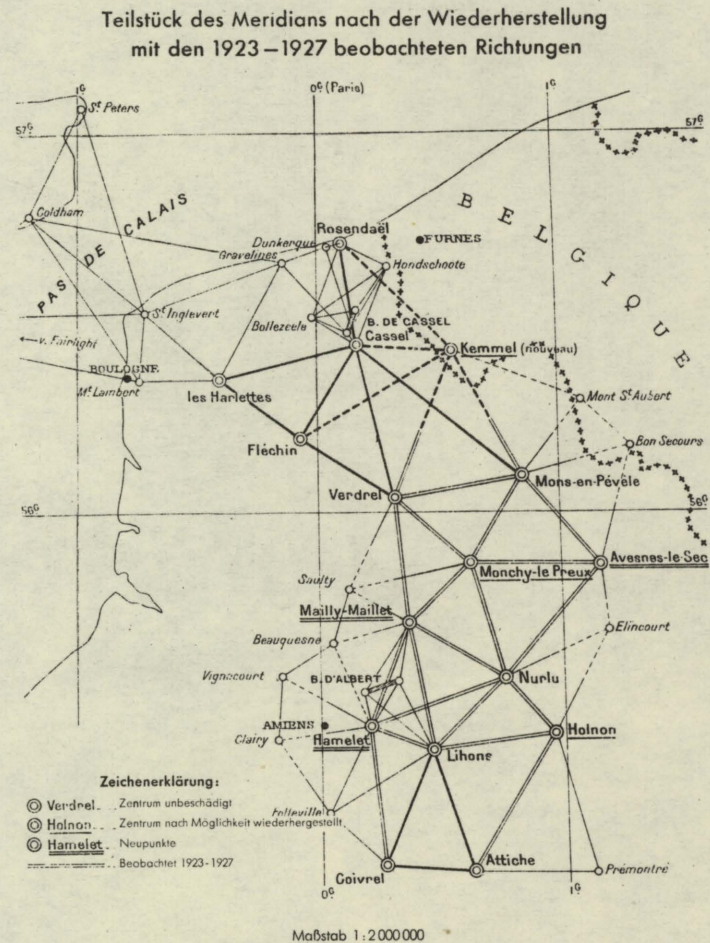
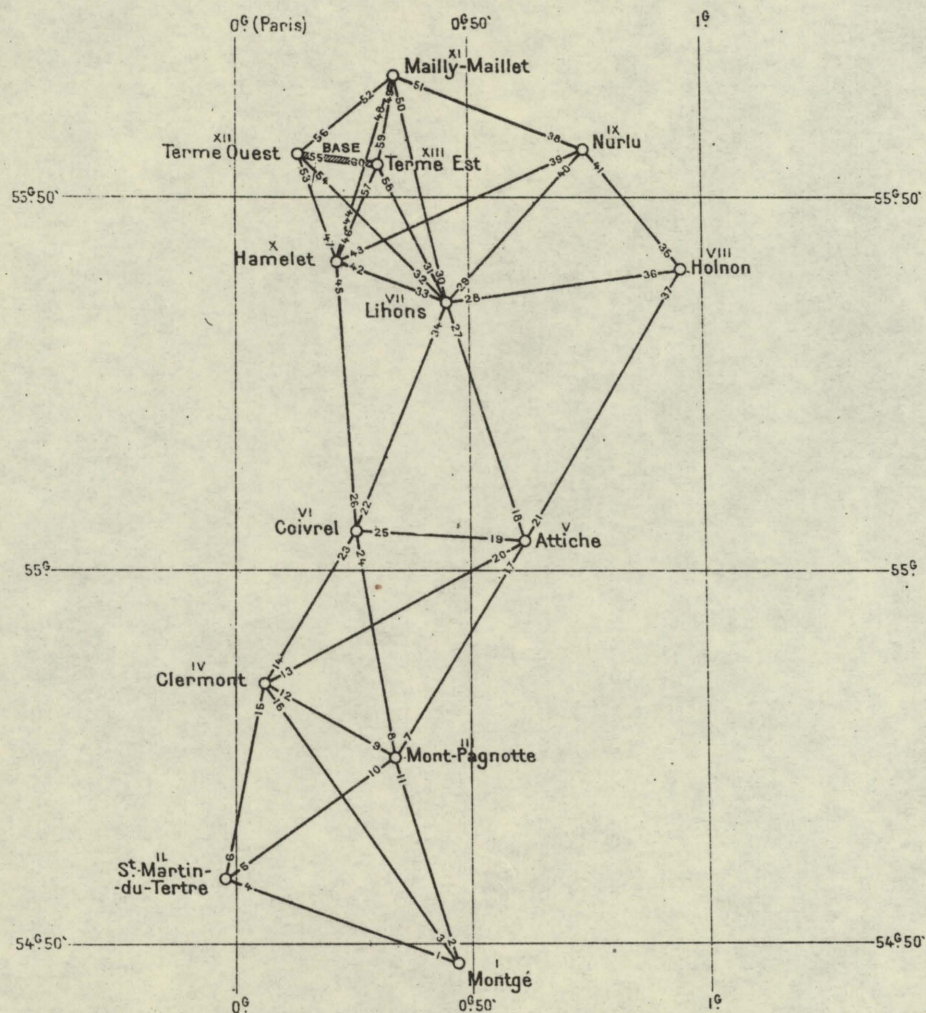


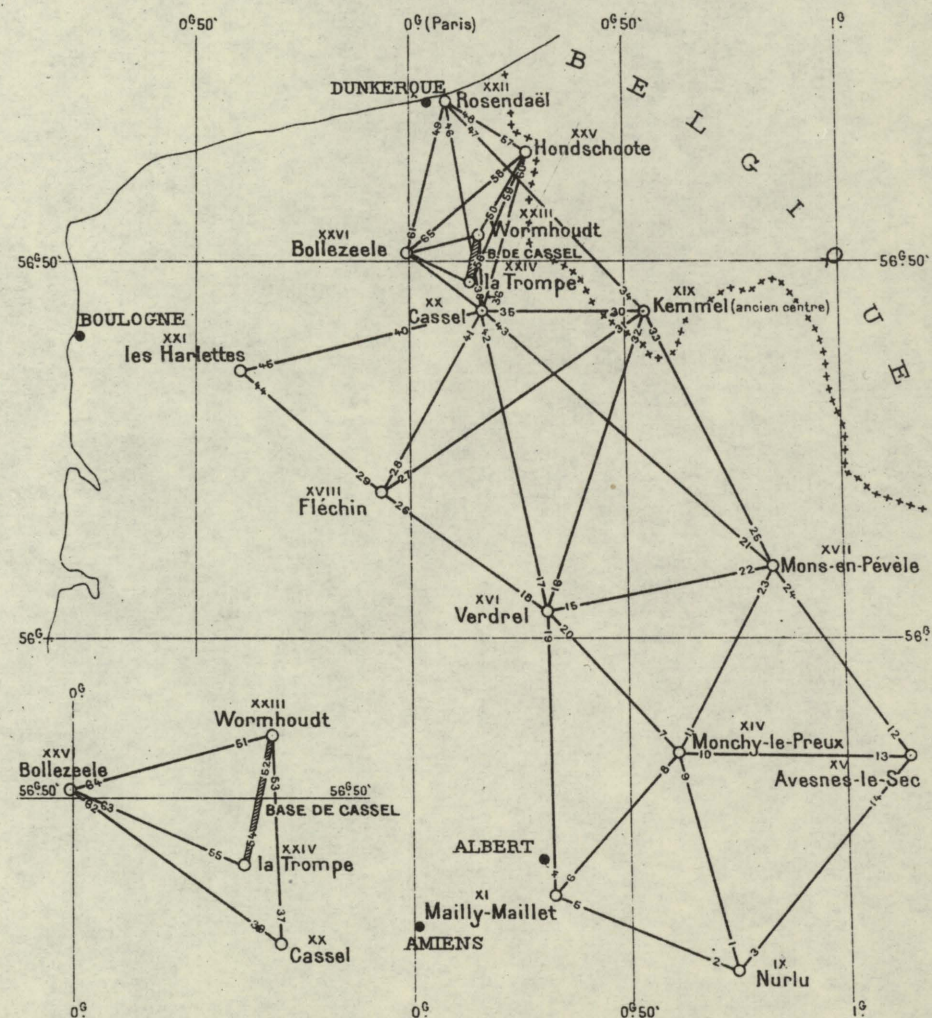
Abb. 10



Ausgleichungsschema für das nördliche Teilstück des Meridians
1. Teil



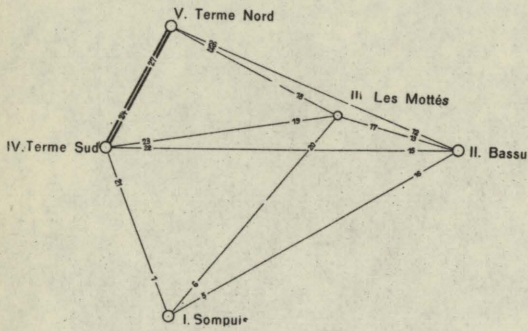
Ausgleichungsschema für das nördliche Teilstück des Meridians
2. Teil



Parallel von Paris

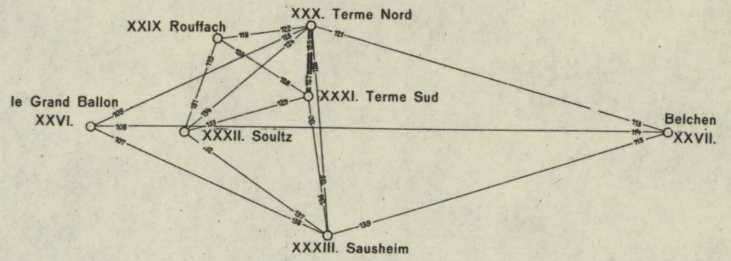
1. Figur

Anschluß der Basis von Châlons an die Seite Sompui Bassu



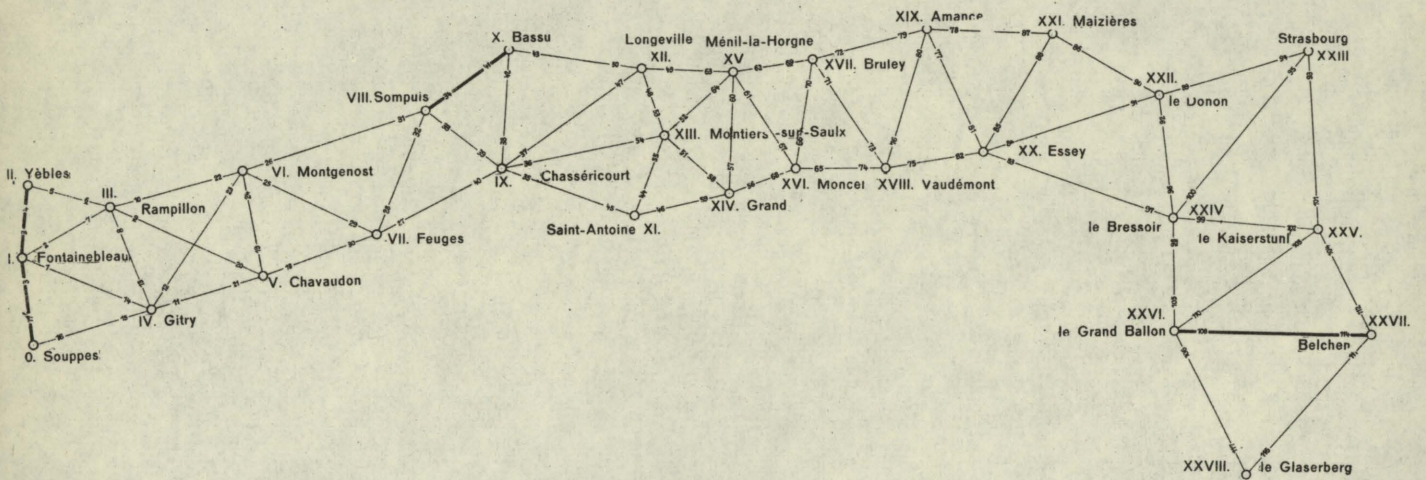
2. Figur

Anschluß der Basis von Oberbergheim an die Seite Grand Ballon—Belchen



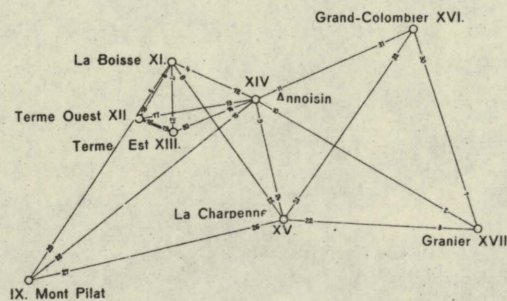
3. Figur

Eigentliche Anketzung



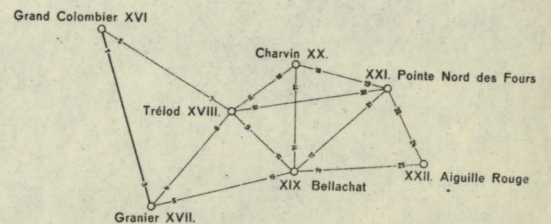
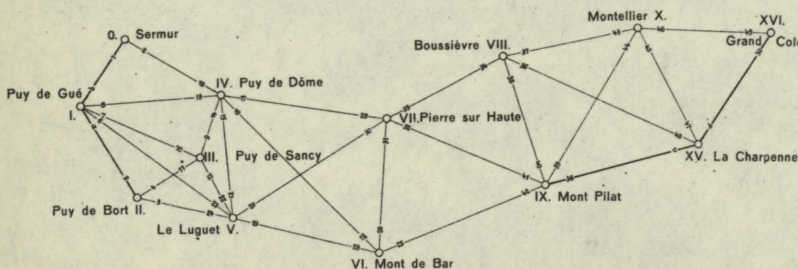
Parallel von Lyon

Basisanschluß von Lyon



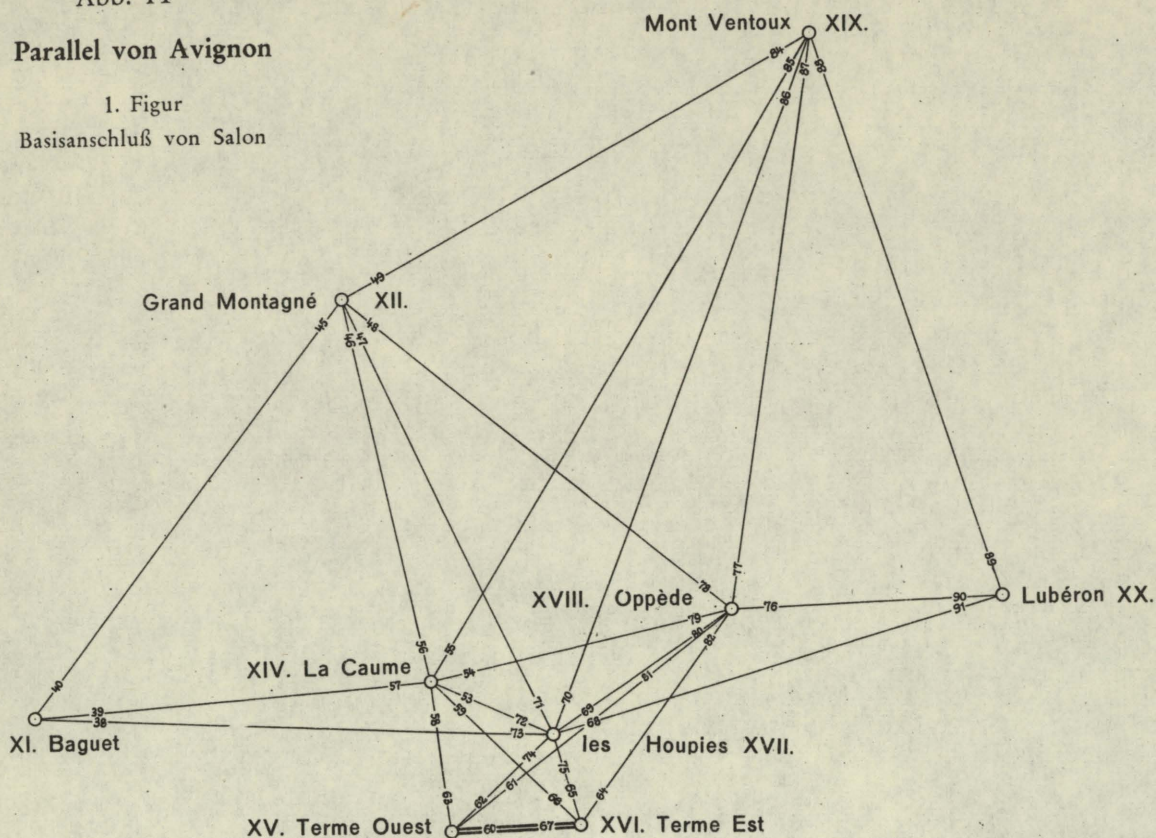
Kette zwischen dem Meridian von Frankreich und der Basis von Lyon

Kette von der Lyoner Basis nach der italienischen Grenze

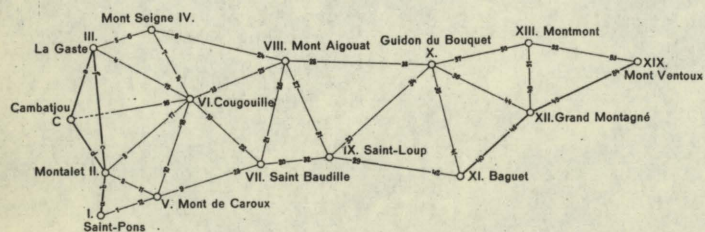


Parallel von Avignon

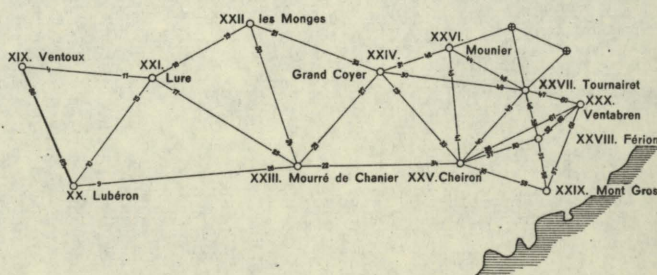
1. Figur
Basisanschluß von Salon



Kette zwischen dem Meridian von Frankreich
und dem Basisanschluß von Salon



Kette von der Basis von Salon nach der italienischen Grenze



Anschluß an das Observatorium von Marseille

